

## 3 ヒンジアーチの幾何学的非線形解析

崎山 毅\*・松田 浩\*  
森田 千尋\*・瀬川 兼司\*\*Geometrical Nonlinear Analysis  
of Three-hinged Arches

by

Takeshi SAKIYAMA\*, Hiroshi MATSUDA\*,  
Chihiro MORITA\*, and Kenji SEGAWA\*\*

In this paper, an approximate method for analyzing the geometrical nonlinear problems of three-hinged arches is proposed.

The general solutions for differential equation of arch members are obtained in discrete forms by applying numerical integration, and they give the shear forces, axial forces, bending moments, rotations and deflections at all discrete points.

As the applications of the present method, geometrical nonlinear problems of three-hinged arches are calculated.

## 1. 序 言

本論文は、任意形アーチの幾何学的非線形問題の一解析法として、増分形基礎微分方程式の離散的一般解に基づく直接的かつ半解析的な計算手法を提示し、座屈前の幾何学的非線形性を考慮した、放物線および円弧の軸線形状をもつ3ヒンジアーチの面内座屈解析を行ったものである。

作用荷重の連力線がアーチの軸線に一致する場合、つまり、求心等分布荷重(水圧荷重)を受ける円弧アーチ、支間方向単位長さ当りに等分布する荷重(デッキ荷重)を受ける放物線アーチ、軸線単位長さ当りに等分布する荷重(リブ荷重)を受ける懸水線(カテナリー)アーチ等の場合、等断面アーチは、近似的に軸圧縮力のみが生じている状態にあるので、座屈前にわずかな

変位しか生じない。したがって、座屈前の変位を無視した固有値解析により、座屈荷重を求めることができる。Austin<sup>1)</sup>は、上記3種の軸圧縮を受けるアーチについて、固定、2ヒンジ、3ヒンジのそれぞれの場合の座屈係数を与えている。

しかし、一般に任意荷重の作用を受ける任意の軸線形アーチにおいては、軸力とともに曲げモーメントおよびせん断力も生じる。したがって、荷重の増加につれて微小変位関係の仮定が成立しなくなり、変位を有限と見なす必要がある。つまり、座屈前の幾何学的非線形性を考慮した有限変位解析を行わなければならない。

このような2ヒンジアーチの幾何学的非線形解析については、いままで多くの研究がなされているよう

平成4年4月30日受理

\*構造工学科 (Dept. of Structural Eng.)

\*\*構造工学専攻 (Graduate Student, Structural Eng.)

あるが、3ヒンジアーチについての幾何学的非線形解析を詳細に解析した研究は、いままでのところ、見受けられないようである。

本研究は、長大アーチ橋などにおける任意形アーチの有限変位解析として、力の釣り合い条件における非線形性を考慮し、微小ひずみの前提のもとに、各増分段階における応力ひずみ関係および断面力変位関係に線形関係を用いて導かれた増分形基礎微分方程式の離散的な一般解に基づく直接的かつ半解析的な一解析法を提示し、3ヒンジアーチの幾何学的非線形問題への応用性を検討したものである。

## 2. 増分形基礎微分方程式

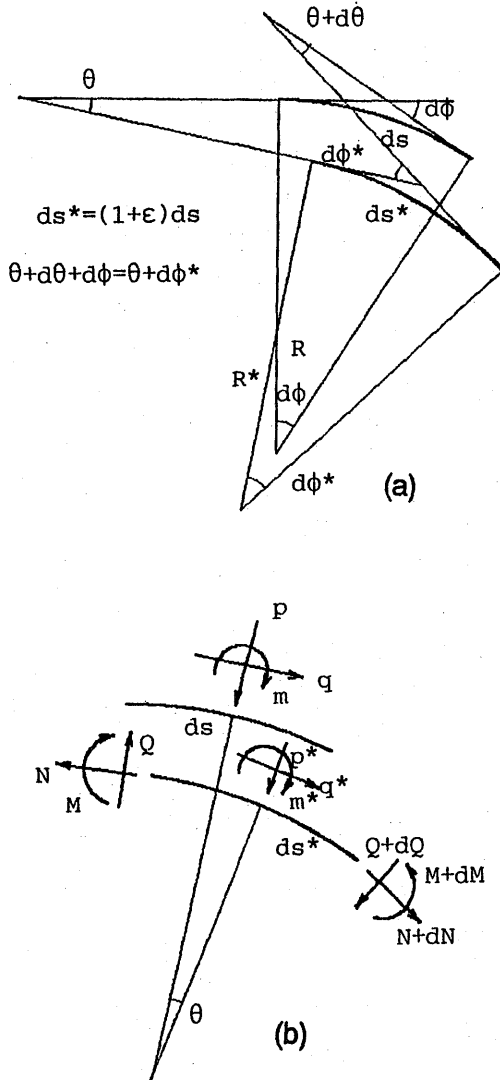


Fig. 1 Arch Element

アーチの変形状態における力の平衡条件式に基づいて、増分理論による有限変形解析における、任意形アーチの基礎微分方程式が誘導される。

一般的な平面曲線を軸線とするアーチ部材において、その任意の微小部分は十分正確に円弧と見なすことができる。図-1に示すごとく、変形前アーチにおける部材(図心)軸座標を  $s$ 、曲率半径を  $R(s)$  とし、変形前アーチの法線および接線方向の分布荷重強度を  $p(s)$  および  $q(s)$ 、分布モーメント荷重強度を  $m(s)$  とする。また、アーチ部材任意断面のせん断力、軸力および曲げモーメントを  $Q, N$  および  $M$  とし、アーチ軸任意点の接線回転角および軸方向ひずみを  $\theta$  および  $\epsilon$  とすれば、アーチ橋に作用する死荷重や大部分の活荷重などのように、アーチ変形後も荷重方向が変化しない、いわゆる重力に基づく荷重の作用を受ける、任意形アーチの有限変形状態における平衡条件は次の3式にて与えられる。

$$\frac{dQ}{ds} + \left(1 + R \frac{d\theta}{ds}\right) \frac{N}{R} + p \cos \theta - q \sin \theta = 0 \quad (1-a)$$

$$\frac{dN}{ds} - \left(1 + R \frac{d\theta}{ds}\right) \frac{Q}{R} + p \sin \theta + q \cos \theta = 0 \quad (1-b)$$

$$\frac{dM}{ds} - (1 + \epsilon) Q - m = 0 \quad (1-c)$$

また、変形前後のアーチ軸曲率半径  $R, R^*$  間の関形式は、図-1に基づいて導かれ、次式となる。

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{(1 + \epsilon)} \left( \frac{1}{R} + \frac{d\theta}{ds} \right) \quad (2)$$

有限平衡方程式 (1-a) ~ (1-c) を応用することにより、荷重増分  $\Delta p, \Delta q, \Delta m$  に対する断面力増分  $\Delta Q, \Delta N, \Delta M$  を規定する微分方程式として、増分形の平衡方程式が次の3式として求められる。

$$\frac{d\Delta Q}{ds} + \frac{\Delta N}{R} + N \frac{d\Delta \theta}{ds} - q \Delta \theta + \Delta p + \Delta p_c = 0 \quad (3-a)$$

$$\frac{d\Delta N}{ds} - \frac{\Delta Q}{R} - Q \frac{d\Delta \theta}{ds} + p \Delta \theta + \Delta q + \Delta q_c = 0 \quad (3-b)$$

$$\frac{d\Delta M}{ds} - \Delta Q - Q \Delta \epsilon - \Delta m - \Delta m_c = 0 \quad (3-c)$$

ここに、 $Q$  および  $N$  は、初期荷重  $p, q, m$  による初期断面力であり、 $\Delta \theta$  は、接線回転角  $\theta$  の増分である。また、式 (3-a) ~ (3-c) の最終項  $\Delta p_c, \Delta q_c$  および  $\Delta m_c$  は不平衡力の項であり、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta p_c = & \Delta N \frac{d\Delta \theta}{ds} - \Delta q \Delta \theta + (p + \Delta p) (\cos \Delta \theta - 1) \\ & - (q + \Delta q) (\sin \Delta \theta - \Delta \theta) \end{aligned} \quad (4-a)$$

$$\begin{aligned} \Delta q_c = & -\Delta Q \frac{d\Delta \theta}{ds} + \Delta p \Delta \theta + (p + \Delta p) (\sin \Delta \theta - \Delta \theta) \\ & + (q + \Delta q) (\cos \Delta \theta - 1) \end{aligned} \quad (4-b)$$

$$\Delta m_c = \Delta Q \Delta \varepsilon \quad (4-c)$$

また、断面力増分  $\Delta Q$ ,  $\Delta N$ ,  $\Delta M$  と変位増分  $\Delta \theta$ ,  $\Delta w$ ,  $\Delta u$ , 軸方向ひずみ増分  $\Delta \varepsilon$  との間には、次の関係が成立する。

$$\Delta M = -EI(s) \frac{d\Delta \theta}{ds} \quad (5-a)$$

$$\Delta N = EA(s) \Delta \varepsilon = EA(s) \left[ \frac{d\Delta w}{ds} - \frac{\Delta u}{R(s)} \right] \quad (5-b)$$

$$\Delta Q = \frac{GA(s)}{\kappa} \left[ \frac{d\Delta u}{ds} + \frac{\Delta w}{R(s)} - \Delta \theta \right] \quad (5-c)$$

ここに、 $E$ ,  $G$ ,  $\kappa$ ,  $I(s)$  および  $A(s)$  は、それぞれ、弾性定数、せん断弾性定数、せん断係数、断面2次元モーメントおよび断面積である。また、 $\Delta w$  および  $\Delta u$  は、それぞれ、接線方向変位  $w$  および法線方向変位  $u$  の増分である。なお、 $\Delta w$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta \theta$  の正方向は、図-1(b)に示す荷重  $p$ ,  $q$ ,  $m$  の正方向と、それぞれ同じとする。

### 3. 離散的な一般解

導かれた増分形基礎微分方程式 (3-a)~(3-c), (5-a)~(5-c) は、変数係数の連立微分方程式であり、その解析解を一般的に求めることはほとんど不可能であると判断される。したがって、本論文においては、増分形基礎微分方程式の積分方程式への変換と積分方程式の近似解法への応用により、アーチ軸等分点あるいはアーチ支間等分点に対応するアーチ軸分割点に関する、増分形基礎微分方程式の離散的な一般解を求めることとする。なお、この離散的な一般解を求める方法については要点のみを記す。詳細については文献2)を参照されたい。

アーチ軸長、アーチ支間、基準曲げ剛性および基準伸び剛性を、それぞれ、 $l$ ,  $L$ ,  $EI_0$  および  $EA_0$  とし、次の無次元量

$$X_1 = -\frac{L^2}{EI_0} \Delta Q, \quad X_2 = -\frac{L^2}{EI_0} \Delta N$$

$$X_3 = -\frac{L}{EI_0} \Delta M, \quad X_4 = \Delta \theta$$

$$X_5 = \frac{\Delta w}{L}, \quad X_6 = \frac{\Delta u}{L}, \quad \eta = \frac{s}{l}$$

を導入すれば、無次元化された基準関数  $X_1, \dots, X_6$  に関して基礎微分方程式 (3-a)~(3-c) および (5-a)~(5-c) は、次のごとく整理縮小される。

$$\frac{dX_t}{d\eta} = \nu \sum_{k=1}^7 \bar{G}_{tk} X_k \quad (t=1 \sim 6, X_7=1) \quad (6)$$

ここに、 $\nu = l/L$ , 係数  $\bar{G}_{tk}$  の内容は、本文末の Appendix I に示すとおりである。

アーチ軸を  $m$  等分した場合の分割点  $i$  における  $X_t$  の離散的な一般解  $X_{ti}$  は次式となる。

$$X_{ti} = \sum_{n=1}^7 \bar{d}_{tni} X_{no} \quad (i=1 \sim m, X_{70}=1) \quad (7)$$

ここに、

$$\bar{d}_{tni} = \delta_{nt} + \sum_{j=0}^i \sum_{k=1}^7 \beta_{ij} G_{tkj} \bar{d}_{knj}$$

$$\bar{d}_{7nj} = \delta_{n7}, \quad \beta_{ij} = \alpha_{ij}/24m$$

$\delta_{ni}$ : Kronecker's Delta

なお、係数  $\beta_{ij}$  は数値積分法における重み係数である。Simpson の多分割数値積分法を用いた場合の  $\alpha_{ij}$  値を本文末の Appendix II に示す。また、 $X_{no}$  は左支点の状態を表わす積分定数であり、境界条件より求められる。

アーチ軸座標  $\eta$  に対して、アーチ支間の水平軸座標を  $\zeta$  ( $0 \leq \zeta \leq 1$ ) とすれば、両者の間には、アーチ軸の接線傾斜角  $\phi$  を介して、 $d\zeta = \nu \cos \phi d\eta$  なる関係が存在する。この関係式を用いて式(6)を書き換えれば次式が得られる。

$$\frac{dX_t}{d\zeta} = \nu \sum_{k=1}^7 \bar{G}_{tk} X_k \quad (t=1 \sim 6, X_7=1) \quad (8)$$

ここに、 $\bar{G}_{tk} = G_{tk}/(\nu \cos \phi)$  である。

したがって、アーチ支間の水平軸  $m$  等分点に対応するアーチ軸分割点  $i$  における  $X_t$  の離散的な一般解  $X_{ti}$  は次式にて与えられることとなる。

$$X_{ti} = \sum_{n=1}^7 \bar{d}_{tni} X_{no} \quad (i=1 \sim m, X_{70}=1) \quad (9)$$

ここに、

$$\bar{d}_{tni} = \delta_{nt} + \sum_{j=0}^i \sum_{k=1}^7 \beta_{ij} \bar{G}_{tkj} \bar{d}_{knj}$$

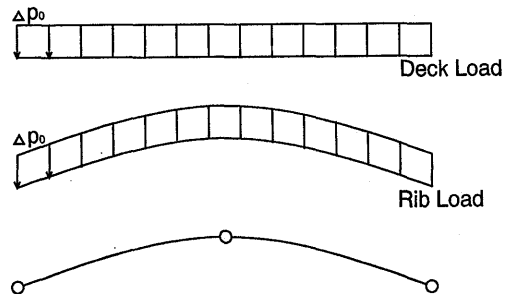


Fig. 2 External Loads

次に、図-2に示すとき、Deck Load, Rib Load に関する荷重強度関数は、接線傾斜角を  $\phi$  として、次の式で与えられる。なお、本論文においては、水平軸およびアーチ軸に沿って等分布する荷重をそれぞれ、Deck Load および Rib Load と称することとする。

(1) Deck Load  $\Delta \dot{p}_o$ 

$$\frac{\Delta \dot{p}(\eta)}{\Delta \dot{p}_o} = \cos^2 \phi, \quad \frac{\Delta q(\eta)}{\Delta \dot{p}_o} = -\sin \phi \cos \phi$$

(2) Rib Load  $\Delta \dot{p}_o$ 

$$\frac{\Delta \dot{p}(\eta)}{\Delta \dot{p}_o} = \cos \phi, \quad \frac{\Delta q(\eta)}{\Delta \dot{p}_o} = -\sin \phi$$

## 4. 積分定数と境界条件

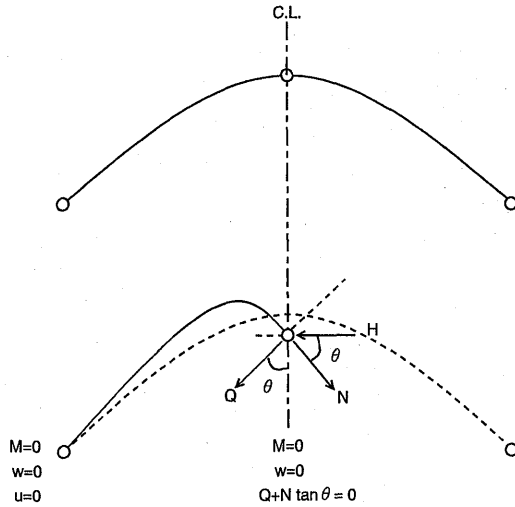


Fig. 3 Boundary Conditions of 3-hinged Arch

本研究において、3ヒンジアーチは、中央ヒンジ点においてアーチ軸線方向変位が零である、対称変形をするものと仮定し、半区間の解析を行うものとする。図-3に示すごとく、左支点の境界条件は、 $X_{30} = X_{50} = X_{60} = 0$ 、中央ヒンジ点の境界条件は、 $X_{3m} = X_{5m} = 0$ 、 $X_{1m} + X_{2m} \tan X_{4m} = 0$ であるゆえ、式(7)を利用して $X_{10}$ 、 $X_{40}$ を $X_{20}$ に関する式で次のように表わせる。

$$X_{10} = t_{11} X_{20} + t_{12}, \quad X_{40} = t_{21} X_{20} + t_{22}$$

ここに、 $t_{11} = (d_{52m} d_{34m} - d_{54m} d_{32m}) / D$

$$t_{12} = (d_{34m} d_{57m} - d_{54m} d_{37m}) / D$$

$$t_{21} = (d_{51m} d_{32m} - d_{52m} d_{31m}) / D$$

$$t_{22} = (d_{51m} d_{37m} - d_{31m} d_{57m}) / D$$

$$D = (d_{31m} d_{54m} - d_{51m} d_{34m})$$

さらに、これらの式を式(7)へ代入することにより、中央ヒンジ点の諸量 $X_{1m}$ 、 $X_{2m}$ 、 $X_{4m}$ もまた $X_{20}$ のみで表わせる。

$$X_{1m} = U_{11} X_{20} + U_{12}, \quad X_{2m} = U_{21} X_{20} + U_{22}$$

$$X_{4m} = U_{31} X_{20} + U_{32}$$

ここに、 $U_{11} = d_{11m} t_{11} + d_{12m} + d_{14m} t_{21}$

$$U_{12} = d_{11m} t_{12} + d_{14m} t_{22} + d_{17m}$$

$$U_{21} = d_{21m} t_{11} + d_{22m} + d_{24m} t_{21}$$

$$U_{22} = d_{21m} t_{12} + d_{24m} t_{22} + d_{27m}$$

$$U_{31} = d_{41m} t_{11} + d_{42m} + d_{44m} t_{21}$$

$$U_{32} = d_{41m} t_{12} + d_{44m} t_{22} + d_{47m}$$

また、中央ヒンジ点での境界条件 $X_{1m} + X_{2m} \tan X_{4m} = 0$ を応用することによって、増分形の境界条件が次のように与えられる。

$$X_{1m} + X_{2m} \tan(\bar{X}_{4m} + X_{4m}) + \bar{X}_{2m} \tan(\bar{X}_{4m} + X_{4m}) = \bar{X}_{2m} \tan \bar{X}_{4m}$$

この増分形の境界条件式に上で求めた $X_{1m}$ 、 $X_{2m}$ 、 $X_{4m}$ を代入し、未知量 $X_{20}$ のみで表わして、試行錯誤法により求めると、積分定数 $X_{20}$ が決定され、その結果、 $X_{10}$ 、 $X_{40}$ も決定することができる。したがって、式(7)より、各等分点における諸量が求められる。この計算を第1増分段階から順次行うことにより、アーチの有限変形問題を解析することができる。

また、座屈荷重を決定する方法としては、荷重増分段階における法線方向変位の割合が急激に大きくなったときの荷重を座屈荷重とした。

## 5. 数値解析

## (1) 既往研究結果との比較

本論文における直接的かつ半解析的な計算手法の有効性の検証を目的として、変断面および等断面の3ヒンジアーチの面内座屈問題を解析し、従来の解析法との比較を行った。

表-1(a)は、断面2次モーメントが $I = I_c / \cos \phi$ のように変化する放物線3ヒンジアーチに関して、鉛直等分布荷量(Deck Load)が作用する場合の座屈荷重係数をDischinger<sup>3)</sup>の解析解とともに示している。また、表-1(b)は、等断面の放物線3ヒンジアーチの

Table 1 Buckling Coefficients  $H_{cr} L^2 / EI_c$  of Parabolic 3-hinged Arch

## (a) Variable Cross Section

$f/L$		0.1	0.2	0.3	0.4
Dischinger	Symmetric mode	29.40	27.728	(25.332)	(22.596)
	Asymmetric mode	(37.220)	(31.582)	25.112	19.432
Author	Symmetric mode	29.0	27.4	24.9	21.9

## (b) Constant Cross Section

$f/L$		0.1	0.2	0.3	0.4
Dischinger	Symmetric mode	28.5	24.9	20.2	15.4
	Asymmetric mode			(19.8)	(13.6)
Author	Symmetric mode	28.4	25.1	20.6	15.9

結果を示している。

ただし、本研究では、境界条件で述べた通りアーチクラウンにおける中間ヒンジ点での接線方向変位を零とすることで、対称形の座屈が起こることを仮定しており、 $f/L=0.295$ より大きくなった時に起こるとされている非対称形の座屈は考慮していない。そのため本研究の結果は、対称形の座屈に限られている。

表-1によると本法における数値解は、文献3)の結果と良好に一致しており、本解析法の有効性をうかがうことができる。

(2) 3ヒンジアーチの限界座屈荷重

本解析法の応用として対称性を有する放物線および円弧の軸線形状をもつ3ヒンジアーチについて、座屈前の幾何学的非線形性を考慮した限界座屈荷重の算定を行った。なお、本研究においては、座屈前の荷重変位関係における非線形性と限界座屈荷重のみに注目し、対称変形径路と限界点のみを示した。

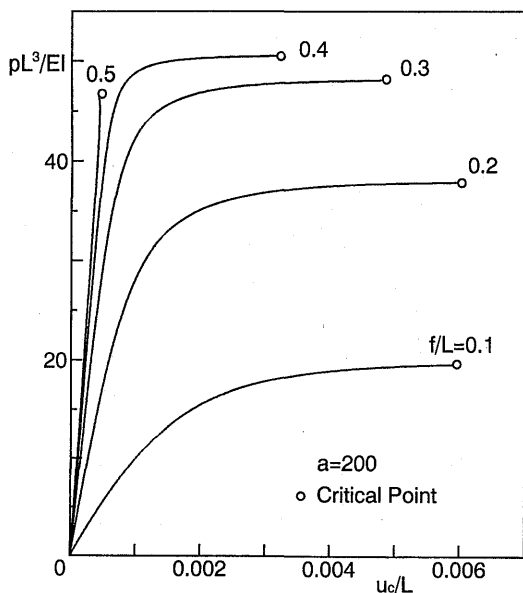


Fig. 4 3-hinged Parabolic Arch: Deck Load-Deflection

図-4は、Deck Load を受ける、 $f/L=0.1\sim 0.5$ 、 $a=200$ の放物線アーチの荷重変位曲線である。 $f/L=0.1\sim 0.4$ の各アーチにおいて、座屈前の荷重変位関係に非線形性が認められる。非線形形状は、ライズスパン比の増加とともに低下している。

図-5は、Rib Load を受ける、 $f/L=0.1\sim 0.5$ 、 $a=200$ の放物線アーチの荷重変位曲線である。 $f/L=0.2\sim 0.5$ において、アーチクラウンの鉛直変位は負の値となっている。これは、扁平でないアーチに関して

は、Rib Load によってアーチ中央部が浮き上がった状態になることを示している。

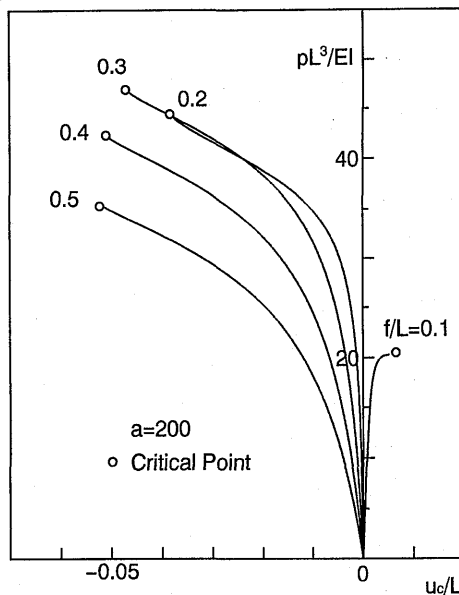


Fig. 5 3-hinged Parabolic Arch: Rib Load-Deflection

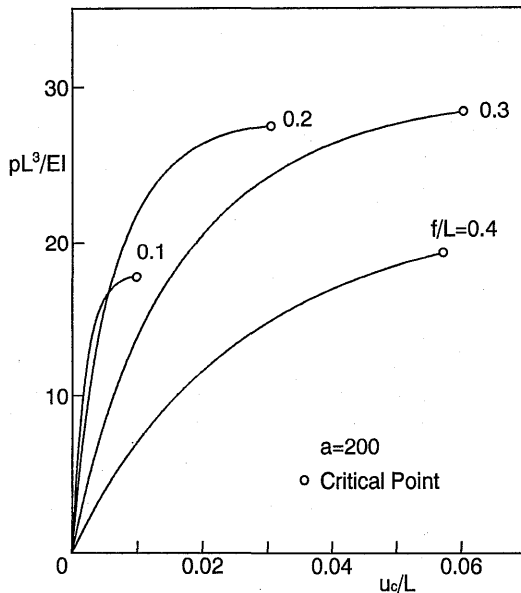


Fig. 6 3-hinged Circular Arch: Deck Load-Deflection

図-6は、Deck Load を受ける、また、図-7は、Rib Load を受ける、 $f/L=0.1\sim 0.4$ 、 $a=200$ の円弧アーチのそれぞれの荷重変位曲線である。各アーチにおいて、座屈前の荷重変位関係に顕著な非線形性が認めら

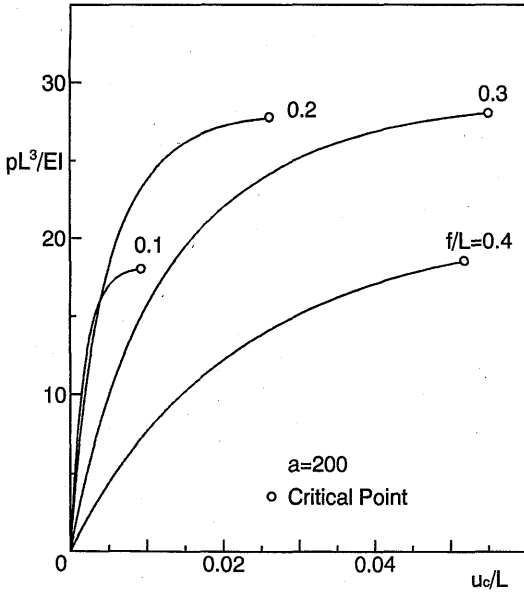


Fig. 7 3-hinged Circular Arch: Rib Load-Deflection

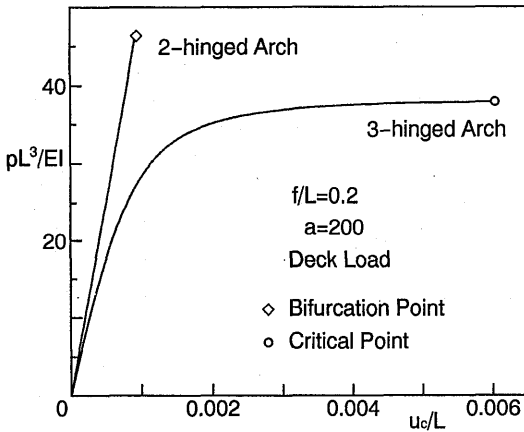


Fig. 8 Parabolic Arch: Deck Load-Deflection

れる。

図-8は、Deck Load を受ける、 $f/L=0.2$ 、 $a=200$  の放物線 2 ヒンジおよび 3 ヒンジアーチの荷重変位曲線である。Deck Load 作用下の放物線 2 ヒンジアーチに関しては、荷重変位関係は直線的であるのに対し、3 ヒンジアーチに関しては、非線形性が認められる。

図-9は、Deck Load および Rib Load を受ける、 $f/L=0.2$ 、 $a=200$  の放物線および円弧の各 3 ヒンジアーチの荷重変位曲線である。Deck Load 作用下の放物線 3 ヒンジアーチは、他の 3 ヒンジアーチの場合

と比較として、座屈前にわずかな変位しか生じない。これは、軸圧縮状態に近い状態であると思われる。また、3 ヒンジ円弧アーチに関して、Deck Load 作用下の場合と Rib Load 作用下の場合とは、荷重変位関係に類似性が認められる。

図-10は、Deck Load を受ける、2 ヒンジおよび 3 ヒンジ放物線アーチに関する、座屈荷重曲線である。低ライズスパン比においては、2 ヒンジアーチの座屈荷重の方が 3 ヒンジアーチのそれより大きいのが、 $f/L=0.3$ あたりを越えると、高ライズスパン比になるほど逆に 3 ヒンジアーチの座屈荷重の方が大きくなる。しかし、図-10の 2 ヒンジアーチは非対称座屈であるので、本解析の対称座屈を行う 3 ヒンジアーチとは一概に比較できない。

図-11は、Deck Load および Rib Load を受ける、放物線および円弧 3 ヒンジアーチに関する、座屈荷重曲線である。放物線アーチにおいて、Deck Load 作用下の場合、 $f/L=0.4$ あたりの座屈荷重が最大である

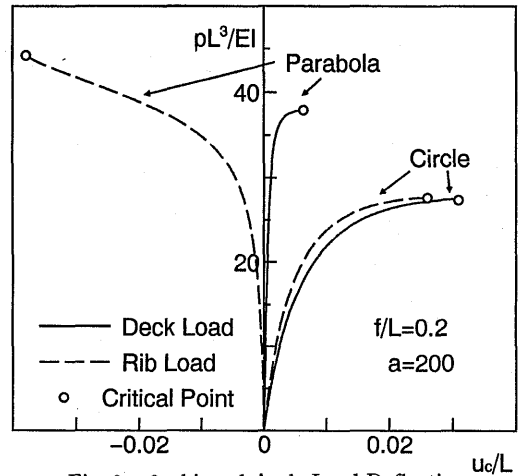


Fig. 9 3-hinged Arch: Load-Deflection

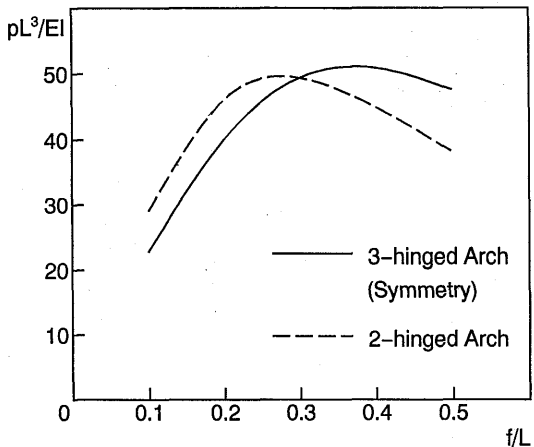


Fig.10 Buckling Load of Parabolic Arch: Deck Load

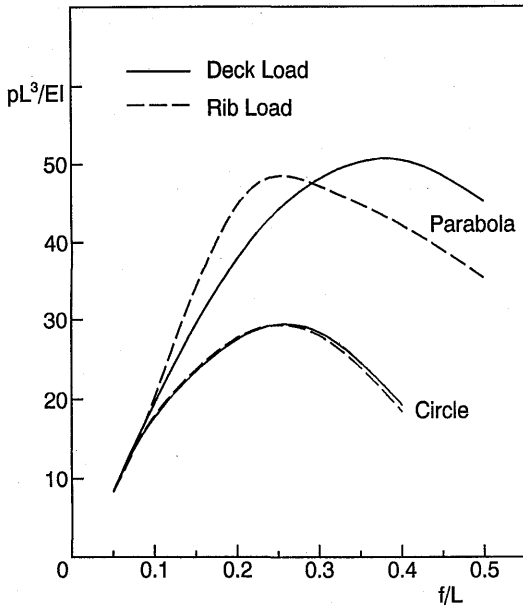


Fig.11 Buckling Load of 3-hinged Arch

のに対し、Rib Load 作用下の場合、 $f/L=0.25$ あたりの座屈荷重が最大となっている。円弧アーチに関しては、Deck Load および Rib Load 作用下において座屈荷重曲線はほとんど変わらない。また、放物線アーチと円弧アーチの座屈荷重を比較すると、偏平でないアーチにおいては、放物線アーチの座屈荷重の方がはるかに大きい。

6. 結 語

任意系アーチの幾何学的非線形解析法として、有限変形理論から導かれた増分形基礎微分方程式の離散的一般解に基づく直接的かつ半解析的な解法を提示し、放物線および円弧の軸線を有する3ヒンジアーチの幾何学的非線形解析を行った。

得られた主要な結果は次のとおりである。

- (1) 増分形基礎微分方程式の離散的一般解に基づく本解析法により、置換系などにモデル化することなしに変断面3ヒンジアーチの幾何学的非線形性を直接的に解析することができる。
- (2) Deck Load を受ける円弧アーチなどのように、大きな曲げを生じるアーチの座屈荷重の解析においては、座屈前の幾何学的非線形性を無視してはならないことが確かめられた。また、Deck Load を受ける放物線アーチのように、軸圧縮力のみを受けるとされる場合でも2ヒンジアーチに比較すると3ヒンジアーチの場合は、座屈前の幾何学的非線形性が認められた。

- (3) 放物線および円弧の各アーチの軸線形状の違いによるアーチの座屈荷重の差異は、高ライズアーチにおいては明瞭であるが、ライズスパン比0.1以下の偏平アーチにおいてはわずかなものとなる。

[Appendix I]

$$G_{12} = -r, G_{13} = -\bar{I}X_2, G_{14} = -k^2\bar{q},$$

$$G_{17} = k^2(\Delta\bar{p} + \Delta\bar{p}_c), G_{21} = r, G_{23} = \bar{I}X_1,$$

$$G_{24} = k^2\bar{p}, G_{27} = k^2(\Delta\bar{q} + \Delta\bar{q}_c), G_{31} = 1,$$

$$G_{32} = -\bar{A}\bar{X}_1/a^2, G_{37} = -K^2(\Delta\bar{m} + \Delta\bar{m}_c),$$

$$G_{43} = \bar{I}, G_{52} = -\bar{A}/a^2, G_{56} = r,$$

$$G_{61} = -\bar{A}/(\mu a^2), G_{64} = 1, G_{65} = -r,$$

other  $G_{ik} = 0,$

$$k^2 = \frac{\Delta p_0}{EI_0}, K^2 = \frac{\Delta m_0}{EI_0}, a^2 = \frac{A_0 L^2}{I_0}, r = \frac{L}{R}$$

$$\mu = \frac{G}{\kappa E}, \bar{I} = \frac{EI_0}{EI}, \bar{A} = \frac{EA_0}{EA}, \bar{X}_1 = -\frac{L^2 Q}{EI_0},$$

$$\bar{X}_2 = -\frac{L^2 N}{EI_0}, \bar{p} = \frac{p}{\Delta p_0}, \bar{q} = \frac{q}{\Delta p_0},$$

$$\Delta\bar{p} = \frac{\Delta p}{\Delta p_0}, \Delta\bar{q} = \frac{\Delta q}{\Delta p_0}, \Delta\bar{m} = \frac{\Delta m}{\Delta m_0}$$

$\Delta p_0, \Delta m_0$ : 基準増分荷重強度,  $a$ : 細長比

[Appendix II]

$\alpha_{ij}$ -Value

i	j									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
1	12	12								
2	8	32	8							
3	9	27	27	9						
4	8	32	16	32	8					
5	9	27	27	17	32	8				
6	8	32	16	32	16	32	8			
7	9	27	27	17	32	16	32	8		
8	8	32	16	32	16	32	16	32	8	
...										

参 考 文 献

- 1) Austin, W. J.: In-Plate Bending and Buckling of Arches, Proc. of ASCE, vol.97, No. ST5, pp.1575-1592, 1971.
- 2) 崎山毅: 変断面任意形アーチの幾何学的非線形解析, 土木学会論文報告集, 第289号, pp.31-42,

- 1979.
- 3) C. R. C. of Japan: Handbook of Structural Stability, Corona Publishing Co. Ltd., Tokyo, pp.2. 72.
- 4) Timoshenko, S. P. and J. M. Gere: Theory of Elastic Stability, 2nd ed. McGraw-Hill, pp.278-318, 1961.