

1. 初めに

座屈とは、細長い部材や薄い部材に軸方向から荷重を加えた際に荷重がある一定の値を超えると部材にたわみが生じる現象のことである。座屈には「弾性座屈（オイラー座屈）」、「非弾性座屈」、「横座屈」、「局部座屈」がある。今回はオイラー座屈について解析をした。座屈班では、座屈に関して代表的な「両端固定」、「他端固定・他端回転」、「片持ち梁」、「単純梁」の4つの構造の断面に対して軸方向に載荷した場合について解析をし、それぞれ一次モード、二次モードについて座屈荷重を計算し、理論値と比較した。ただし、両端固定については両端の面を（DX=0,DY=0,DZ=0）の条件で拘束し解析したが、条件とは異なる変形をし、両端固定の構造の変形にならなかったため今回は両端固定を除いた3つの構造について結果をまとめた。座屈荷重の理論式は $\delta = \frac{\pi^2 EI}{(lk)^2}$ とした。lkは有効座屈長さである。また、座屈荷重は座屈する方向によって値が異なる。今回用いた部材は断面が長方形のものであるが、短辺の方向に座屈する場合は断面二次モーメントが大きく、長辺の方向に座屈する場合は断面二次モーメントが小さい。これをそれぞれ強軸方向、弱軸方向という。構造によって座屈の仕方が異なり、座屈荷重も異なる。拘束条件と有効座屈長さを下記に示す。



	両端固定	他端固定 (片持ち梁)	他端回転	両端自由 (単純梁)
Lkの値	0.5L	2L	0.7L	1L

表-1 各構造の理論式の固有値

2. 解析手法

Salome-mecaによる解析の手順には創造工房実習で用いた解析手順にはなかった項目があるためいくつか記述する。

表-2 設定内容

creachamp	幾何剛性マトリクスを作成する準備
assemblage	弾性・幾何剛性マトリクスの作成
infomode	固有値とモードの搜索範囲の容易化
calcmodes	座屈解析の設定

次の項目から、各種構造についての解析の詳細と結果について示す。

3. 片持ち梁

10mm*5mm*100mmの鋼材について解析した。荷重は自由側の面に軸方向に50,000Nを載荷した。座屈荷重の理論値は一次モードの弱軸方向が5294.63N、強軸方向が21178.53N、二次モードの弱軸方向が47651.68N、強軸方向が190606.74Nであった。下記に一次要素のメッシュと二次要素のメッシュそれぞれに一次モードと二次モードの解析結果・計算結果の表を示す。

キーワード: 座屈モード, 有効座屈長さ, 拘束条件

連絡先: 〒010-8502 秋田県秋田市手形学園町 1-1 秋田大学理工学部土木環境工学科

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797	5541.15	4.656	21278.95	0.472
0.8	60625	5600.65	5.780	21338.55	0.756
0.9	21520	6031.7	13.92	21821.50	3.036
1.0	19543	6015	13.6	21826.75	3.061
2	2928	8510.5	60.738	23498.25	10.953
3	1379	8212.6	55.112	24202.95	14.280

表-3 一次モード

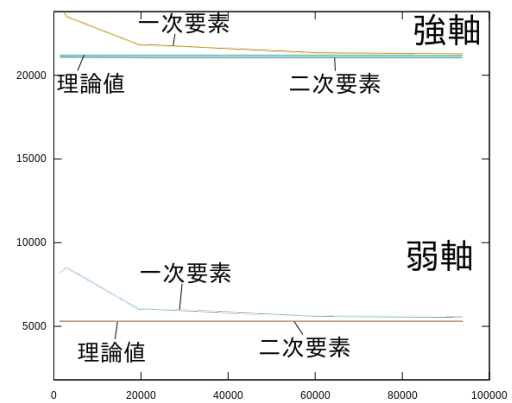


図-1 片持ち梁の一次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797	49088.45	3.015	179847	-5.645
0.8	60625	49646.7	4.187	184380	-3.267
0.9	21520	53452	12.172	184380	-3.267
1.0	19543	53268.5	11.787	184354	-3.280
2	2928	74587	56.525	197805.5	3.777
3	1379	72521.5	52.191	234137	22.838

表-4 二次モード

3-2. 二次要素

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797	5308.6	0.264	21067.75	-0.523
0.8	60625	5308.75	0.267	21068.15	-0.521
0.9	21520	5309.1	0.273	21069.35	-0.516
1.0	19543	5309.25	0.276	21070.3	-0.511
2	2928	5312.35	0.335	21081.60	-0.458
3	1379	5315.40	0.392	21089.3	-0.421

表-5 一次モード

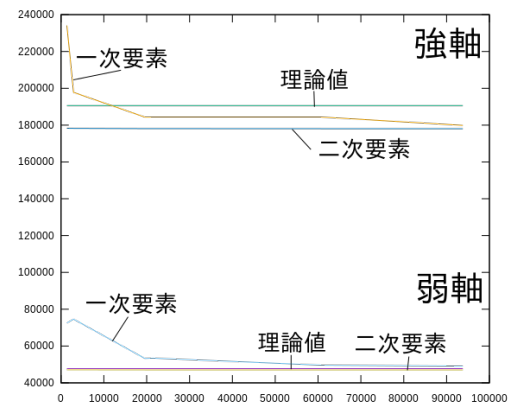


図-2 片持ち梁の一次モード

4. 他端固定、他端ピン固定

10mm*5mm*110mm の鋼材について解析した。固定端の反対側の端から z 方向に-10mm の位置にある直線を z 方向の変位のみ認め、ピン固定した。荷重は片持ち梁と同様に回転側の面に 50000N を載荷した。座屈荷重の理論値は一次モードの弱軸方向が 35720.2N、強軸方向が 142880.9N、二次モードの弱軸方向が 142880.9、強軸方向が 571523.7N であった。下記に一次要素のメッシュと二次要素のメッシュそれぞれに一次モードと二次モードの解析結果・計算結果の表を示す。

4-1. 一次要素

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797	47034.5	-1.295	178077	-6.574
0.8	60625	47035.95	-1.292	178080.5	-6.572
0.9	21520	47039.7	-1.284	178092	-6.566
1.0	19543	47041.25	-1.281	178099.5	-6.562
2	2928	47077.3	-1.205	178261.5	-6.477
3	1379	47110.8	-1.135	178282	-6.466

表-6 二次モード

片持ち梁の各結果を次のグラフに示す。

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	80513	32400.0	-0.093	118800	-0.169
0.8	61168	32650	-0.086	119000	-0.167
0.9	52074	32800	-0.082	119100	-0.166
1.0	20256	35400	-0.090	121550	-0.149
2.0	3102	40789.4	-0.142	130050.0	-0.090
3.0	3102	67345.0	0.885	136750.0	-0.043

表-7 一次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	80513	30830.2	-0.137	117500	-0.178
0.8	61168	32638.2	-0.083	119015.5	-0.167
0.9	52074	30832.3	0.137	117487.5	-0.178
1.0	20256	30836.0	-0.137	117479	-0.178
2.0	3102	30860.0	0.136	105310.0	-0.263
3.0	1259	30915.0	-0.135	136795.0	-0.043

表-9 一次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	80513	110450	-0.227	198900	-0.652
0.8	61168	111350	-0.221	198150	-0.653
0.9	52074	111750	-0.218	198900	-0.652
1.0	20256	120400	-0.157	213800	-0.626
2.0	3102	167500.0	-0.172	-	-
3.0	1259	229175.0	-0.604	-	-

表-8 二次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	80513	105156	-0.26	187217	-0.672
0.8	61168	111326	-0.22	198137.5	-0.653
0.9	52074	105164	-0.264	187238.5	-0.672
1.0	20256	105180.5	-0.264	187285.5	-0.672
2.0	3102	117430.0	-0.178	187650.0	-0.672
3.0	1259	117255.0	-0.179	188695.0	-0.670

表-10 二次モード

二次モードのメッシュ長さ 2.0,3.0 については他の条件と同様に解析を回したが強軸方向のみ座屈荷重の値が算出されなかった。他の条件は変更していないためメッシュ長さを変更したことが原因と考えられる。同じメッシュ長さでも二次要素では値が算出できたため、ある値を超えたメッシュ長さでの一次要素の精度では座屈荷重の変形を表現できないのかもしれない。

他端固定梁の各結果を次のグラフに示す。

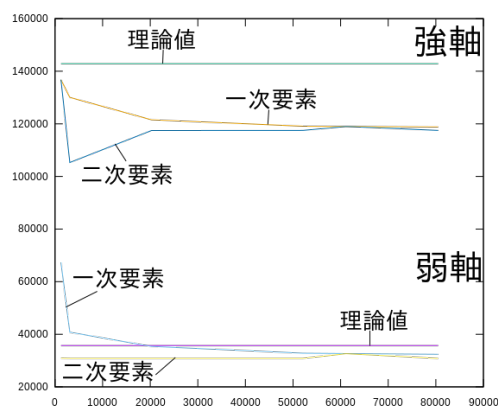


図-3 他端固定の

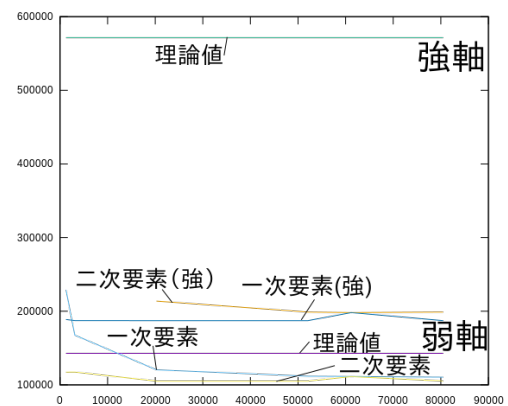


図-4 他端固定の

5. 単純梁

10mm*5mm*100mm の鋼材について両端をピン固定して解析した。単純梁の座屈荷重の理論値は一次モードの弱軸方向が 21179N、強軸方向が 84714N、二次モードの弱軸方向が 84714N、強軸方向が 338856N であった。下記に一次要素のメッシュと二次要素のメッシュそれぞれに一次モードと二次モードの解析結果・計算結果の表を示す。

4-2. 二次要素

5-1. 一次要素

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797	21898	3.395	81855	3.375
0.8	60625	22141	4.542	82224	2.939
0.9	21520	23841	12.57	83786	1.095
1.0	19543	23781	12.29	83750	1.138
2.0	2928	33638	58.83	90036	6.282
3.0	1379	32035	51.26	91687	8.231

表-11 一次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7					
0.8					
0.9	21520	81641	3.627	326113	3.761
1.0	19543	81673	3.590	335961	0.854
2.0	2928	81885	3.339	307703	9.194
3.0	1379	81978	3.230	279647	17.47

表-15 一次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797	85369	0.773	293753	13.31
0.8	60625	86179	1.729	312977	7.637
0.9	21520	92916	9.682	315815	6.800
1.0	19543	92782	9.524	315478	6.899
2.0	2928	129723	53.13	320761	5.340
3.0	1379	125641	48.31	330941	2.336

表-12 二次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797	67002.5	0.209	306595.0	-0.095
0.8	60625	67004.3	-0.209	306960.0	-0.094

表-16 二次モード

5-2. 二次要素

単純梁の二次要素のメッシュ長さ 0.7、0.8 の解析では他の構造と同じ条件で解析した結果載荷側の固定部が一次モードの座屈をする前に破断してしまった。他端ピン固定とは反対側の固定条件が異なるのみだが、載荷の反対側の拘束条件が変形に及ぼす影響があると考えられる。今回はメッシュ長さ 0.7,0.8 の解析については荷重を半分にして座屈解析を行った。以下に一次要素と二次要素のメッシュそれぞれに一次モードと二次モードの解析結果・計算結果の表を示す。

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	93797				
0.8	60625				
0.9	21520	20989	0.892	79224	6.481
1.0	19543	20990	0.888	79129	6.593
2.0	2928	20999	0.850	81044	4.332
3.0	1379	21004	0.826	81334	3.990

表-13 一次モード

メッシュサイズ	要素数	弱軸方向[N]	相対誤差[%]	強軸方向[N]	相対誤差[%]
0.7	80310	17060.63	-0.160	101479.0	-0.725
0.8	66909	17060.8	-0.160	101580.5	-0.727

表-14 二次モード

以下に、一次モードの計算結果と二次モードの計算結果をそれぞれグラフに示す。

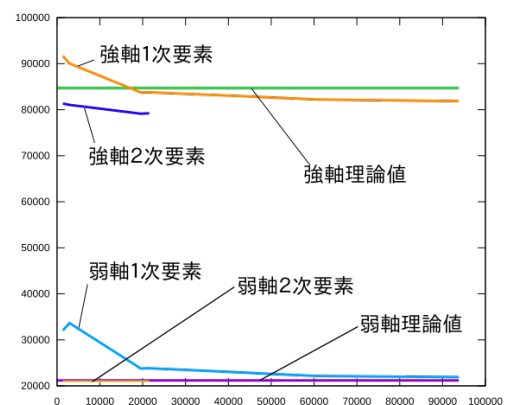


表-17 一次モード

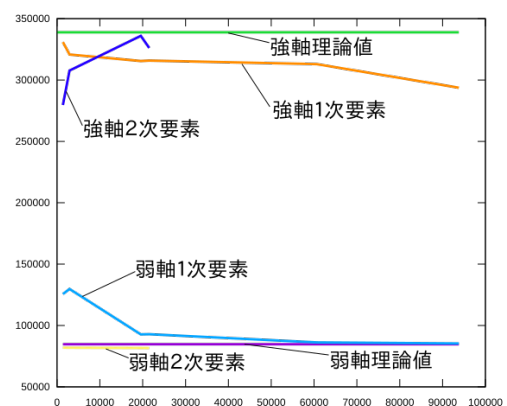


表-18 二次モード

6. 考察

他端固定・他端回転の構造のメッシュサイズ 2.0、3.0 の一次要素の解析では、強軸方向の座屈荷重が算出できなかった。創造工房実習で行った解析と座屈の解析は必要な精度に差がある可能性が考えられる。全体の傾向として強軸方向の座屈荷重のほうが理論値と離れていることがわかった。強軸方向は本来座屈が起こりにくい方向であるため解析値とは誤差が大きくなってしまった可能性が考えられる。片持ち梁は座屈荷重の解析結果が理論値に近づいていたが、他端固定や単純梁では強軸方向の値が理論値と離れる結果となった。片持ち梁は他の 2 つと比べて固定箇所が少ないことを考えると固定条件の複雑さが解析の精度に影響する可能性がある。 両端固定の座屈について、座屈荷重の理論式において有効座屈長が分母にあるが両端固定では有効座屈長が $0.5L$ と最も短いため座屈荷重が最も大きくなる。そのため、座屈が起こりにくく、解析が困難であったと考えられる。両端固定の座屈荷重を計算するためには断面形状を工夫する必要がある。