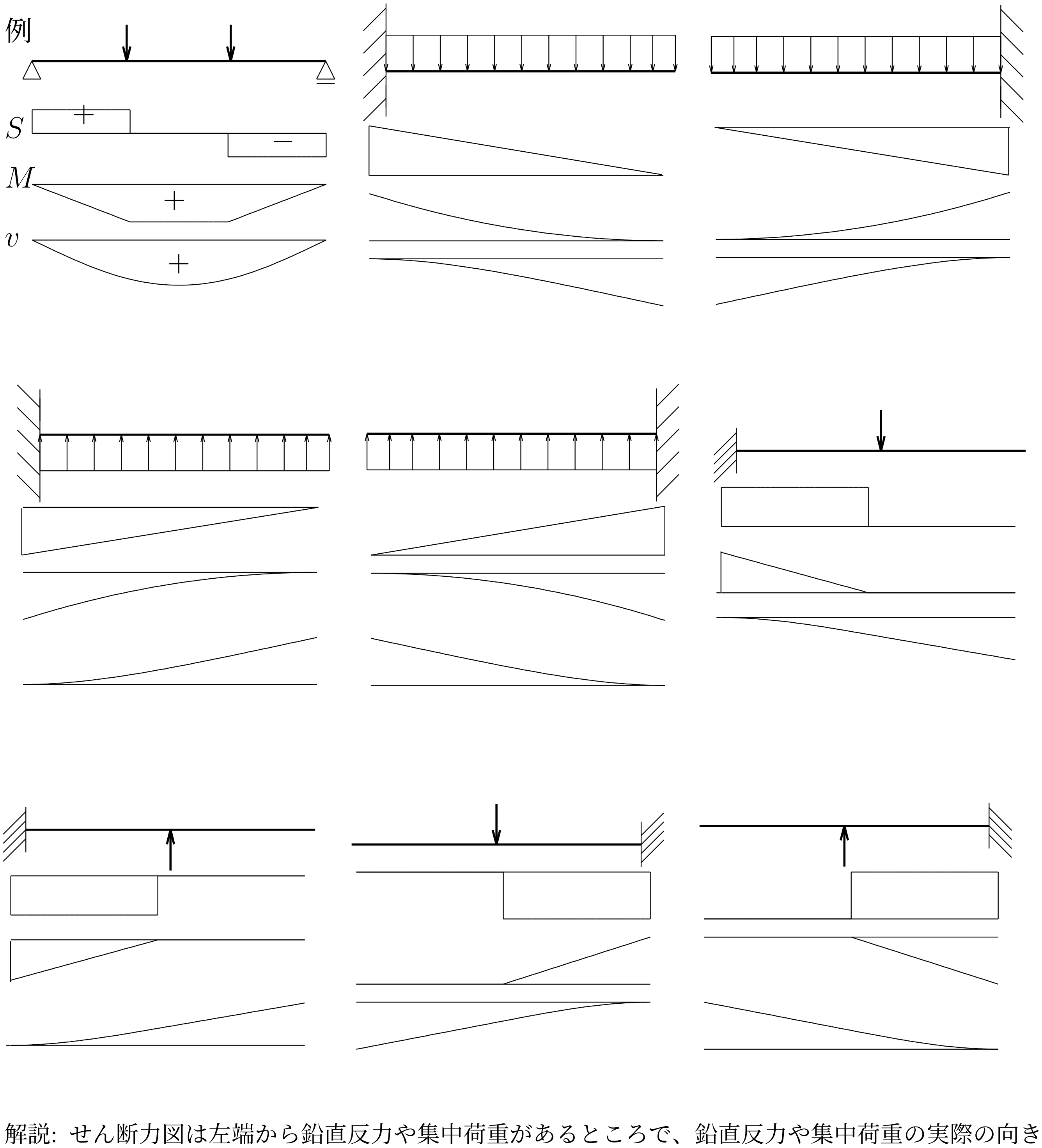
構造力学 II 追追試験 1 枚目 (07/7/31) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 1

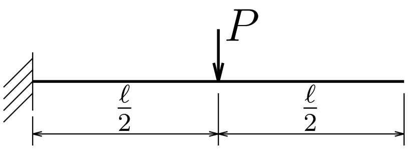
例にならって、せん断力図、曲げモーメント図、たわみ図の概形を描け。せん断力図は上が +, 曲げモーメント図、たわみ図は下が + とする。

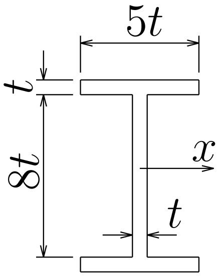


解説: せん断力図は左端から鉛直反力や集中荷重があるところで、鉛直反力や集中荷重の実際の向きにその大きさのぶん上がったり下がったり... とやってって描ける訳だけど、等分布荷重の場合は、等分布荷重の向きに線形的に上がったり下がったりする。曲げモーメントは、下側が引張のところ (つまりたわみ図が下に凸のところ) が +, 上側が引張のところ (つまりたわみ図が上に凸のところ) が −.

問 3

図のように中央に集中荷重を受ける片持ち梁について、左端を原点として梁軸に沿って右向き正に z 軸を取り、せん断力 $S(z)$, 曲げモーメント $M(z)$, たわみ $v(z)$ を、z の関数として求め、せん断力図、曲げモーメント図、たわみ図を図示せよ (ピークも書き入れよ)。なお、曲げ剛性は EI とする。また、梁の断面が図のような箱型断面をしているとき、この箱型断面の x 軸回りの断面 2 次モーメント I_x を求め、梁の断面に作用する最大の引張応力 σ_t^{max} を求めよ。





$$S(z) = \underline{\quad P \quad} \quad (0 < z < \tfrac{\ell}{2})$$

$$S(z) = \underline{\quad 0 \quad} \quad (\tfrac{\ell}{2} < z < \ell)$$

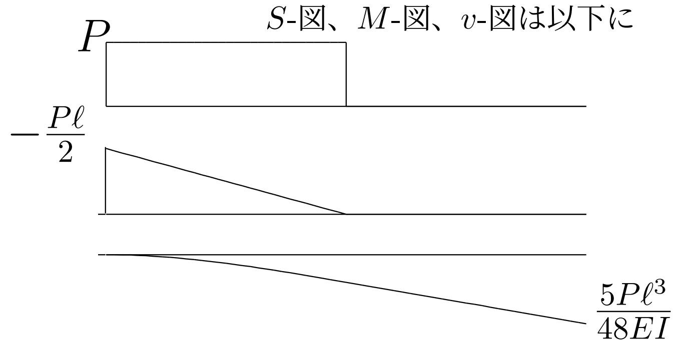
$$M(z) = \underline{\quad P(z - \tfrac{\ell}{2}) \quad} \quad (0 < z < \tfrac{\ell}{2})$$

$$M(z) = \underline{\quad 0 \quad} \quad (\tfrac{\ell}{2} < z < \ell)$$

$$v(z) = \underline{\frac{P}{12EI}(3\ell z^2 - 2z^3) \quad} \quad (0 < z < \tfrac{\ell}{2})$$

$$v(z) = \underline{\frac{P}{48EI}(6\ell^2 z - \ell^3) \quad} \quad (\tfrac{\ell}{2} < z < \ell)$$

S-図、M-図、v-図は以下に



$$I_x = \underline{\quad 246t^4 \quad}$$

$$\sigma_t^{max} = \underline{\quad \frac{5P\ell}{492t^3} \quad}$$

解説:静定梁の反力は、鉛直方向の力のつりあいと適当な点まわりのモーメントのつりあいから求まる。断面力は、梁を断面力を求めたい部分で切断して、切断した左側か右側のどちらか (作用している力の少ない方) 一方を取り出して、切断面に正の向きに気を付けながらせん断力と曲げモーメントを書き込み、鉛直方向の力のつりあいと適当な点まわりのモーメントのつりあいを考えれば求まる。モーメントが分かったら、$M = -EIv''$ にモーメントの式を代入して 2 回積分する。集中荷重が作用していたりしてモーメントの式を場合分けしているときは、その場合分けの数だけ $M = -EIv''$ を別々に積分する必要がある。で、境界条件と連続条件を適切に考慮すれば、積分定数を決定できる。

問 4

図のような左端固定、右端ローラー支承で単位荷重を受ける不静定梁の左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z と ζ を取る。z は着目したい点の位置を示し、ζ は単位荷重の載荷位置を示す。まず、ζ を定数とみなしてこの梁のたわみ $v(z)$ を z の関数として求めたいが、この梁は不静定梁で力のつりあいから曲げモーメント分布を求めることができないので、梁の支配方程式 $-EIv'''' + q = 0$ を積分してたわみを求めようと思う。便宜上、単位荷重の載荷位置より左側の部分 $(0 < z < \zeta)$ のたわみを $v_{左}(z)$, 単位荷重の載荷位置より右側の部分 $(\zeta < z < \ell)$ のたわみを $v_{右}(z)$ と表記することにするとき、積分定数を決定するのに必要な両端の境界条件、単位荷重載荷点での連続条件を $v_{左}(z)$, $v_{右}(z)$ やこれらの微分を用いた表現で記せ。また、単位荷重載荷点から切り出した微小部分のつりあい条件を、微小部分の左の切断面に作用するせん断力と曲げモーメントを $S_{左}(\zeta), M_{左}(\zeta)$ とし、微小部分の右の切断面に作用するせん断力と曲げモーメントを $S_{右}(\zeta), M_{右}(\zeta)$ として記せ。また、これらを $v_{左}$, $v_{右}$ の微分を用いた表現で書き直せ。

以上の諸条件を用いて積分定数を手計算で決定するのはなかなか時間がかかるので、たわみの正解を以下に示しておく。

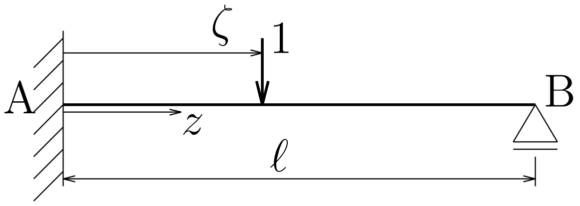
$0 < z < \zeta$ について

$$v_{左}(z,\zeta) = \frac{(\ell-\zeta)}{12\ell^3 EI}\{(\zeta^2 - 2\ell\zeta - 2\ell^2)z^3 + (6\ell^2\zeta - 3\ell\zeta^2)z^2\}$$

$\zeta < z < \ell$ について

$$v_{右}(z,\zeta) = \frac{\zeta^2}{12\ell^3 EI}\{(3\ell-\zeta)z^3 - 3\ell(3\ell-\zeta)z^2 + 6\ell^3 z - 2\ell^3\zeta\}$$

さて、上記のたわみの式を利用して、梁の中央部 $z = \frac{\ell}{2}$ におけるたわみの影響線関数を ζ の関数として求め、その影響線の概形を図示せよ。下を + とせよ。



境界条件 (左端: 2 つ) $v_{左}(0) = v'_{左}(0) = 0$

境界条件 (右端: 2 つ) $v_{右}(\ell) = v''_{右}(\ell) = 0$

連続条件 (2 つ) $v_{左}(\zeta) = v_{右}(\zeta)$

$v'_{左}(\zeta) = v'_{右}(\zeta)$

つりあい条件 (S, M の表現で 2 つ)

$-S_{左}(\zeta) + 1 + S_{右}(\zeta) = 0$

$-M_{左}(\zeta) + M_{右}(\zeta) = 0$

つりあい条件 (v の微分の表現で 2 つ)

$EIv'''_{左}(\zeta) + 1 - EIv'''_{右}(\zeta) = 0$

$EIv''_{左}(\zeta) - EIv''_{右}(\zeta) = 0$

$v(z = \frac{\ell}{2}, \zeta) =$

$\frac{-11\zeta^3 + 9\ell\zeta^2}{96EI}$ $\quad (0 < \zeta < \frac{\ell}{2})$

$v(z = \frac{\ell}{2}, \zeta) =$

$\frac{1}{96EI}(5\zeta^3 - 15\ell\zeta^2 + 12\ell^2\zeta - 2\ell^3)$ $\quad (\frac{\ell}{2} < \zeta < \ell)$

影響線は以下に (解答は v のみ)