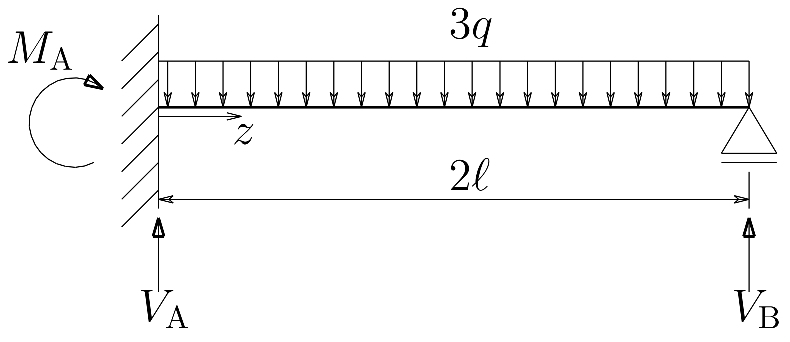

図の不静定梁のたわみを求めよ。曲げ剛性は EI とする。

解答

梁の支配微分方程式は $-EIv'''' + 3q = 0$ だから、
$EIv'''' = 3q$　これを 4 回積分していく。

$$\begin{aligned} EIv''' &= 3qz + A \\ EIv'' &= \frac{3q}{2}z^2 + Az + B \\ EIv' &= \frac{q}{2}z^3 + \frac{A}{2}z^2 + Bz + C \\ EIv &= \frac{q}{8}z^4 + \frac{A}{6}z^3 + \frac{B}{2}z^2 + Cz + D \end{aligned}$$

4 回積分すると、A, B, C, D の 4 つの積分定数ができる。境界条件は、左端でたわみとたわみ角が 0 から、$v(0) = 0, v'(0) = 0$
あと、右端がローラー支承でたわみはないから、$v(2\ell) = 0$
右端はローラー支承で、回転を許すから、モーメント反力は発生しない。曲げモーメントは $M(z) = -EIv''(z)$ で表されるから、$M(2\ell) = -EIv''(2\ell) = 0$ が使える。
$EIv'(0) = C = 0$
$EIv(0) = D = 0$
$EIv''(2\ell) = 6q\ell^2 + 2\ell A + B = 0$
$EIv(2\ell) = 2q\ell^4 + \frac{4}{3}\ell^3 A + 2\ell^2 B = 0$
これらを連立させて $B = \dfrac{3q\ell^2}{2}$
$A = -\dfrac{15}{4}q\ell$
よってたわみは
$v(z) = \dfrac{q}{8EI}(z^4 - 5\ell z^3 + 6\ell^2 z^2)$