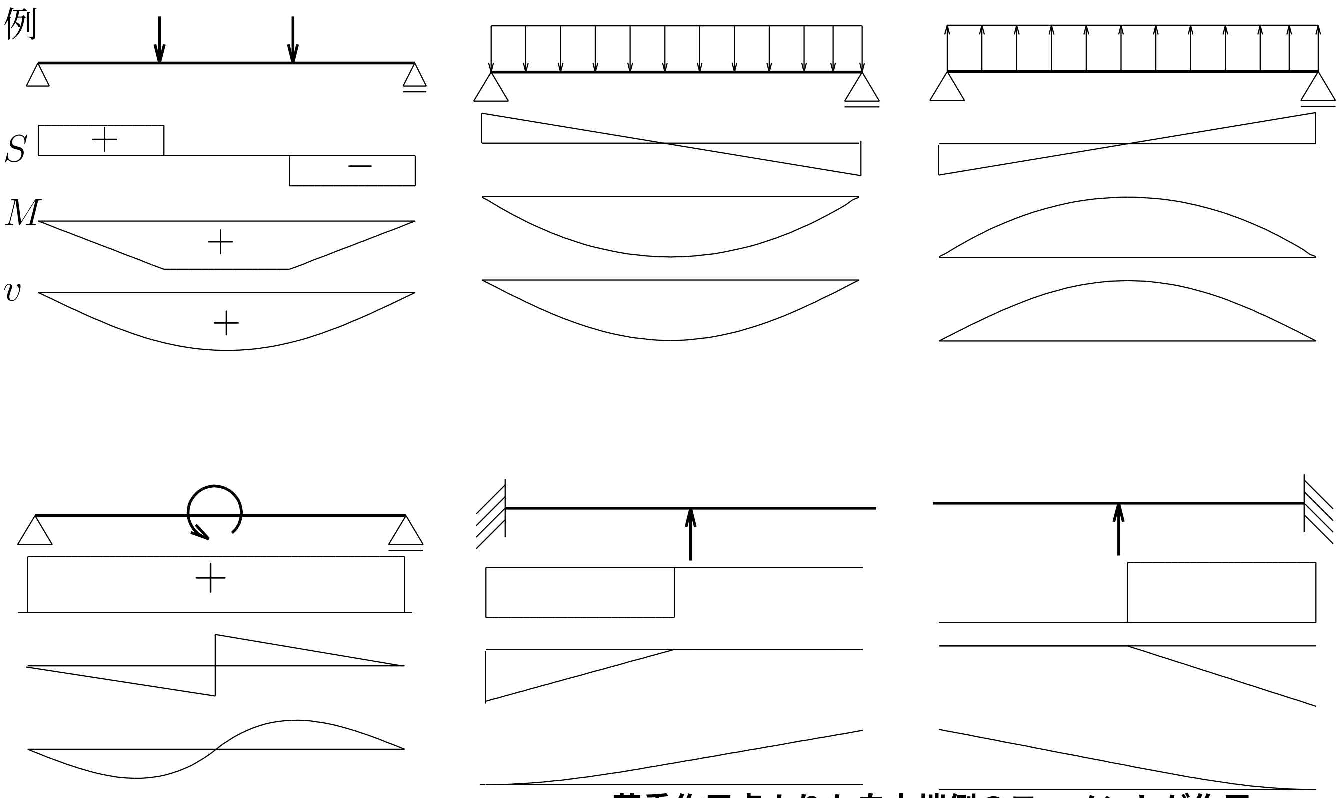
ウェブ上からダウンロードできるので持っていかないでください。

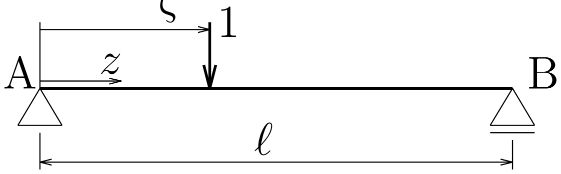
構造力学 II 定期試験 1 枚目 (08/7/29) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 1: 例にならって，せん断力図 (S)，曲げモーメント図 (M)，たわみ図 (v) の概形を描け。せん断力図は軸線の上が $+$, 曲げモーメント図とたわみ図は軸線の下が $+$ とする。



荷重作用点よりも自由端側のモーメントが作用していない部分は曲率がないので直線になる。

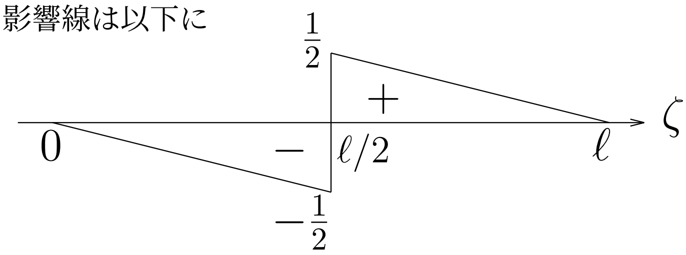
問 2: 図のような単純梁の左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z と ζ を取る。z は着目したい点の位置を示し、ζ は単位荷重の載荷位置を示す。$z=\frac{\ell}{2}$ におけるせん断力の影響線関数 $S(z=\frac{\ell}{2},\zeta)$ を求め、図示せよ。



$S(z=\frac{\ell}{2},\zeta)=$ $\underline{\quad -\frac{\zeta}{\ell} \quad}$ $(0<\zeta<\frac{\ell}{2})$

$S(z=\frac{\ell}{2},\zeta)=$ $\underline{\quad \frac{\ell-\zeta}{\ell} \quad}$ $(\frac{\ell}{2}<\zeta<\ell)$

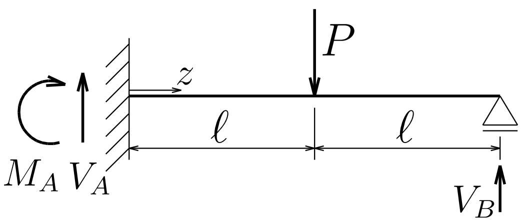
影響線は以下に



これは最後にやった小テスト。まずは ζ を定数とみなして普通に単位荷重の左右のせん断力を求める。すると、z には依存しない関数だから、$z=\frac{\ell}{2}$ を代入しても形は変わらないけど、着目点 ($z=\frac{\ell}{2}$) が単位荷重のどちらにあるかで、左右どちらの式を使うべきかを判断する (テキスト参照)。

構造力学 II 定期試験 2 枚目 (08/7/29) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 3: 図のように左端固定、右端ローラー支承で中央に集中荷重 P を受ける不静定梁について、左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z を取る。便宜上、荷重 P の載荷位置より左側の部分 $(0 < z < \ell)$ のたわみや断面力に $_{左}$, 荷重 P の載荷位置より右側の部分 $(\ell < z < 2\ell)$ のたわみや断面力に $_{右}$ の添字を付けて区別することにすると、この梁の曲げモーメントは、以下のように求まる。



$$M_{左}(z) = \frac{P}{16}(11z - 6\ell) \qquad (0 < z < \ell)$$
$$M_{右}(z) = \frac{5P}{16}(-z + 2\ell) \qquad (\ell < z < 2\ell)$$

このとき、反力 V_A, V_B, M_A とたわみ $v_{左}(z), v_{右}(z)$ を求めよ。なお、梁の曲げ剛性は EI とする。

鉛直反力を $\frac{P}{2}$ とした人が多かったけど、不静定の問題だから、力のつりあいからは反力は求まらない。$S(z) = M'(z)$ からせん断力を出して、そこから鉛直反力を出せばよい。せん断力と反力の正の向きに注意が必要。たわみは、$M = -EIv''$ の関係から上記の $M_{左}$, $M_{右}$ をそれぞれ積分して、境界条件と連続条件で積分定数を決定すればよい。モーメントがわかっているのだから、$-EIv'''' + q = 0$ から積分する必要はない。

$V_A =$ $\frac{11}{16}P$

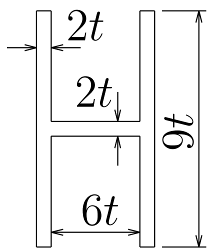
$V_B =$ $\frac{5}{16}P$

$M_A =$ $-\frac{3}{8}P\ell$

$v_{左}(z) = \frac{P}{96EI}(-11z^3 + 18\ell z^2)(0 < z < \ell)$

$v_{右}(z) =$
$\frac{P}{96EI}(5z^3 - 30\ell z^2 + 48\ell^2 z - 16\ell^3)(\ell < z < 2\ell)$

また、梁の断面が図のような H 型断面をしているとき、この H 型断面の中立軸回りの断面 2 次モーメント I_x を求め、梁の断面に作用する最大の引張応力 σ_t^{max} を求めよ。(曲げモーメントが最大になるのは荷重載荷点とは限らない)



$I_x = \frac{2t(9t)^3}{12} \times 2 + \frac{6t(2t)^3}{12} = 247t^4$

$M_{max} = M_{左}(0) = -\frac{3}{8}P\ell$

$\sigma_{zz} = \frac{M}{I}y$ より

$\sigma_t^{max} = \sigma_{zz}(y = -\frac{9}{2}t, z = 0) = \frac{-\frac{3}{8}P\ell}{247t^4}(-\frac{9}{2}t) = \frac{27P\ell}{3952t^3}$

中立軸回りの H 型断面の断面二次モーメントの計算は、両脇の縦長の長方形 2 個と真ん中の平べったい長方形の断面二次モーメントの和。でっかい長方形から、真ん中の上下二個の中空部分の長方形の断面二次モーメントを引き算した人もいるけど、軸が共通していない断面二次モーメントは単純に足したり引いたりできない (軸のずれのぶんを考慮する必要がある)。ヒントにもある通り最大の曲げモーメントは、中央の $\frac{5}{16}P\ell$ ではなくて、固定端部の $-\frac{3}{8}P\ell$.

$I_x =$ $247t^4$

$\sigma_t^{max} =$ $\frac{27P\ell}{3952t^3}$