構造力学 II 定期試験 1 枚目 (2016) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 1: 床面で完全固定された鉛直な柱の上側の自由端に、図 1 のように鉛直下向き荷重を載荷して座屈させる。断面は図 2 のような 2 軸対称の I 型断面である。有効座屈長 $K\ell$, 弱軸回りの断面 2 次モーメント $I_{弱}$, 座屈荷重 P_{cr} を求めよ。ただし、材料のヤング率は E である。

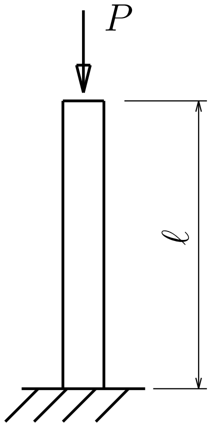


図 1

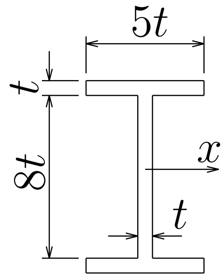


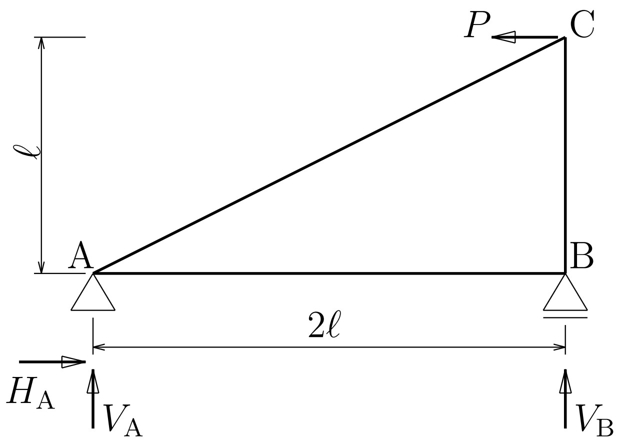
図 2

$K\ell =$ 2ℓ

$I_{弱} =$ $\frac{43}{2}t^4$

$P_{cr} =$ $\frac{43\pi^2 t^4 E}{8\ell^2}$

問 2: 下図のように 3 本の部材で構成される直角三角形のトラスが単純支持されている。頂部 C に水平左方向荷重 P を受けるとき，反力 H_{A}, V_{A}, V_{B} と、部材 AB, BC, CA の部材力 N_{AB}, N_{BC}, N_{CA} を求めよ。但し部材力は引張を正とし、部材の伸び剛性は EA とする。また、C 点の水平左方向変位 $\delta_{\mathrm{C}}^{左}$ と C 点の鉛直上方向変位 $\delta_{\mathrm{C}}^{上}$ を求めよ。



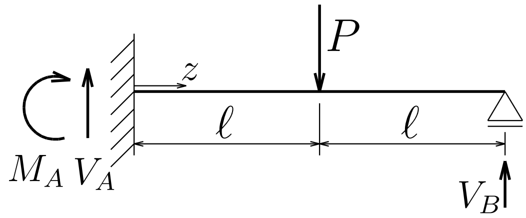
$H_{\mathrm{A}} =$ P $V_{\mathrm{A}} =$ $\frac{P}{2}$ $V_{\mathrm{B}} =$ $-\frac{P}{2}$

$N_{\mathrm{AB}} =$ 0 $N_{\mathrm{BC}} =$ $\frac{P}{2}$ $N_{\mathrm{CA}} =$ $-\frac{\sqrt{5}}{2}P$

$\delta_{\mathrm{C}}^{左} =$ $\frac{(1+5\sqrt{5})P\ell}{4EA}$ $\delta_{\mathrm{C}}^{上} =$ $\frac{P\ell}{2EA}$

構造力学 II 定期試験 2 枚目 (2016) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 3: 図のように左端固定、右端ローラー支承で中央に集中荷重 P を受ける不静定梁について、左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z を取る。便宜上、荷重 P の載荷位置より左側の部分 $(0 < z < \ell)$ のたわみや断面力に $_{左}$, 荷重 P の載荷位置より右側の部分 $(\ell < z < 2\ell)$ のたわみや断面力に $_{右}$ の添字を付けて区別することにすると、この梁の曲げモーメントは、以下のように求まる。



$$M_{左}(z) = \frac{P}{16}(11z - 6\ell) \qquad (0 < z < \ell)$$
$$M_{右}(z) = \frac{5P}{16}(-z + 2\ell) \qquad (\ell < z < 2\ell)$$

このとき、反力 V_A, V_B, M_A とたわみ $v_{左}(z), v_{右}(z)$ を求めよ。なお、梁の曲げ剛性は EI とする。

鉛直反力を $\frac{P}{2}$ とした人が多かったけど、不静定の問題だから、力のつりあいからは反力は求まらない。$S(z) = M'(z)$ からせん断力を出して、そこから鉛直反力を出せばよい。せん断力と反力の正の向きに注意が必要。たわみは、$M = -EIv''$ の関係から上記の $M_{左}$, $M_{右}$ をそれぞれ積分して、境界条件と連続条件で積分定数を決定すればよい。モーメントがわかっているのだから、$-EIv'''' + q = 0$ から積分する必要はない。

$V_A =$ $\underline{\frac{11}{16}P}$

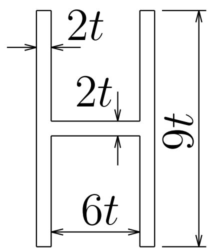
$V_B =$ $\underline{\frac{5}{16}P}$

$M_A =$ $\underline{-\frac{3}{8}P\ell}$

$v_{左}(z) = \underline{\frac{P}{96EI}(-11z^3 + 18\ell z^2)}(0 < z < \ell)$

$v_{右}(z) = \underline{\frac{P}{96EI}(5z^3 - 30\ell z^2 + 48\ell^2 z - 16\ell^3)}(\ell < z < 2\ell)$

また、梁の断面が図のような H 型断面をしているとき、この H 型断面の中立軸回りの断面 2 次モーメント I_x を求め、梁の断面に作用する最大の引張応力 σ_t^{max} を求めよ。(曲げモーメントが最大になるのは荷重載荷点とは限らない)



$I_x = \frac{2t(9t)^3}{12} \times 2 + \frac{6t(2t)^3}{12} = 247t^4$

$M_{max} = M_{左}(0) = -\frac{3}{8}P\ell$

$\sigma_{zz} = \frac{M}{I}y$ より

$\sigma_t^{max} = \sigma_{zz}(y = -\frac{9}{2}t, z = 0) = \frac{-\frac{3}{8}P\ell}{247t^4}(-\frac{9}{2}t) = \frac{27P\ell}{3952t^3}$

中立軸回りの H 型断面の断面二次モーメントの計算は、両脇の縦長の長方形 2 個と真ん中の平べったい長方形の断面二次モーメントの和。でっかい長方形から、真ん中の上下二個の中空部分の長方形の断面二次モーメントを引き算した人もいるけど、軸が共通していない断面二次モーメントは単純に足したり引いたりできない (軸のずれのぶんを考慮する必要がある)。ヒントにもある通り最大の曲げモーメントは、中央の $\frac{5}{16}P\ell$ ではなくて、固定端部の $-\frac{3}{8}P\ell$.

$I_x =$ $\underline{247t^4}$

$\sigma_t^{max} =$ $\underline{\frac{27P\ell}{3952t^3}}$