

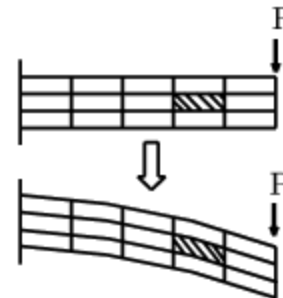
せん断を伴う梁の有限要素曲げ解析

建設構造工学講座 麓 貴行

木材・集成材の梁

↓ せん断抵抗一少 ($G = \frac{E}{15}$ 程度)

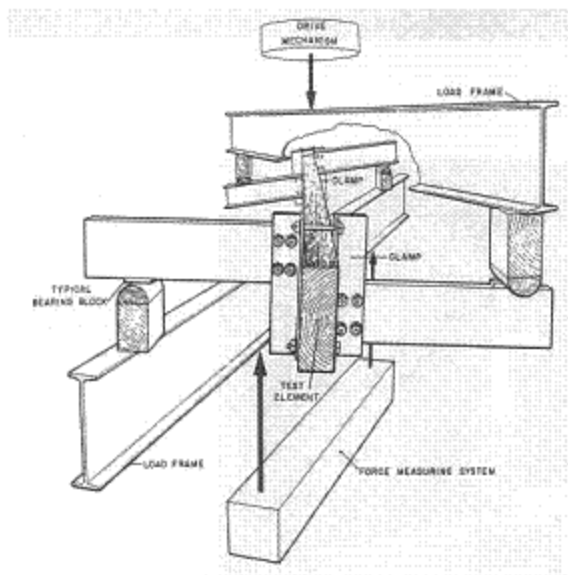
せん断変形・・・大



せん断弾性係数Gの測定

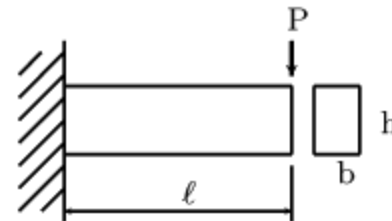
ねじり試験

$$T = \frac{GJ}{\ell} \phi$$



曲げ試験

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{kGA}$$



ティモシェンコ梁理論
のたわみからGを推定
(こちらの方が一般的)

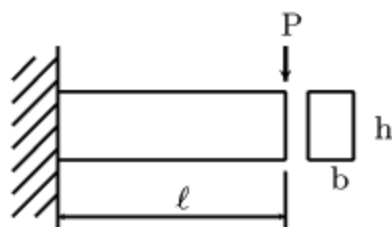


具体的には？

(片持ち梁では)

曲げ変形 せん断変形

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{kGA}$$



↓

$$\delta = \frac{Pl^3}{3 \boxed{E'} I} \text{ とおく}$$

せん断補正係数

↑
曲げヤング率

等方, 矩形断面なら
 $k = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu}$
 $\nu = 0$ なら $k = \frac{5}{6}$
 ASTMでも使用

矩形断面だと

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{1}{4kG} \left(\frac{h}{\ell}\right)^2$$

曲げ試験から

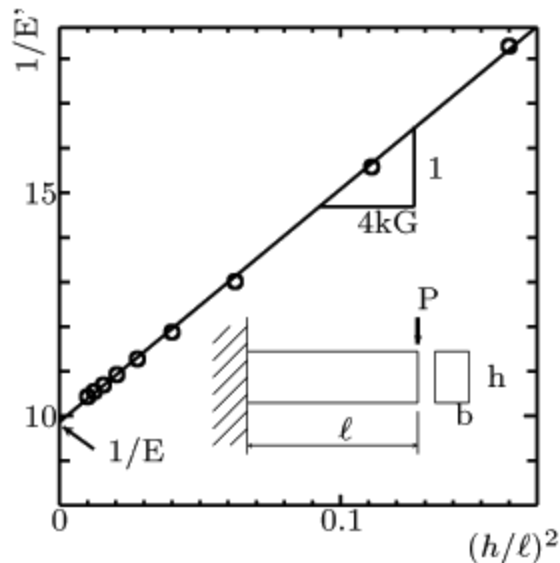
$\frac{1}{E'}$ と $\left(\frac{h}{\ell}\right)^2$ をプロット

↓

G が推定できる。

↓

だが等方の k ではおかしい？



k を使わずに直方体要素 FEM

直交異方性材料の材料定数

$$E_x, E_y, E_z$$

$$\nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$$

$$G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}$$

(シトカスプルースの測定値を参考に)

まずは収束精度の確認
等方 (鋼材)

$$E = 200\text{GPa}$$

$$\nu = \frac{1}{3}$$

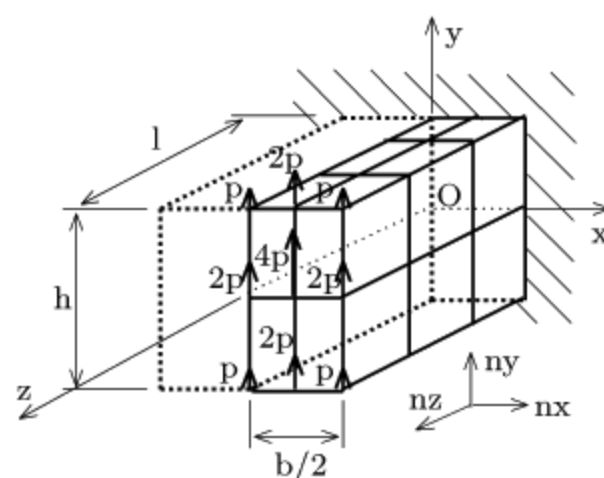
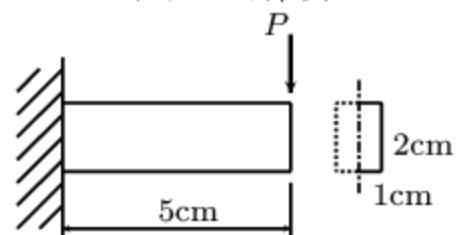


図 1: 解析モデル



たわみの収束性

分割数	たわみ v ($\times 10^{-2}$ mm)		
	$n_x \times 10 \times 100$	$6 \times n_y \times 100$	$6 \times 10 \times n_z$
2	3.5869	3.4203	3.5515
4	3.5929	3.5357	3.5807
6	3.5941	3.5692	3.5888
8		3.5848	3.5923
10		3.5941	3.5941

$6 \times 10 \times 100$ で有効数字 3 桁以内 \Rightarrow 梁の曲げ解析

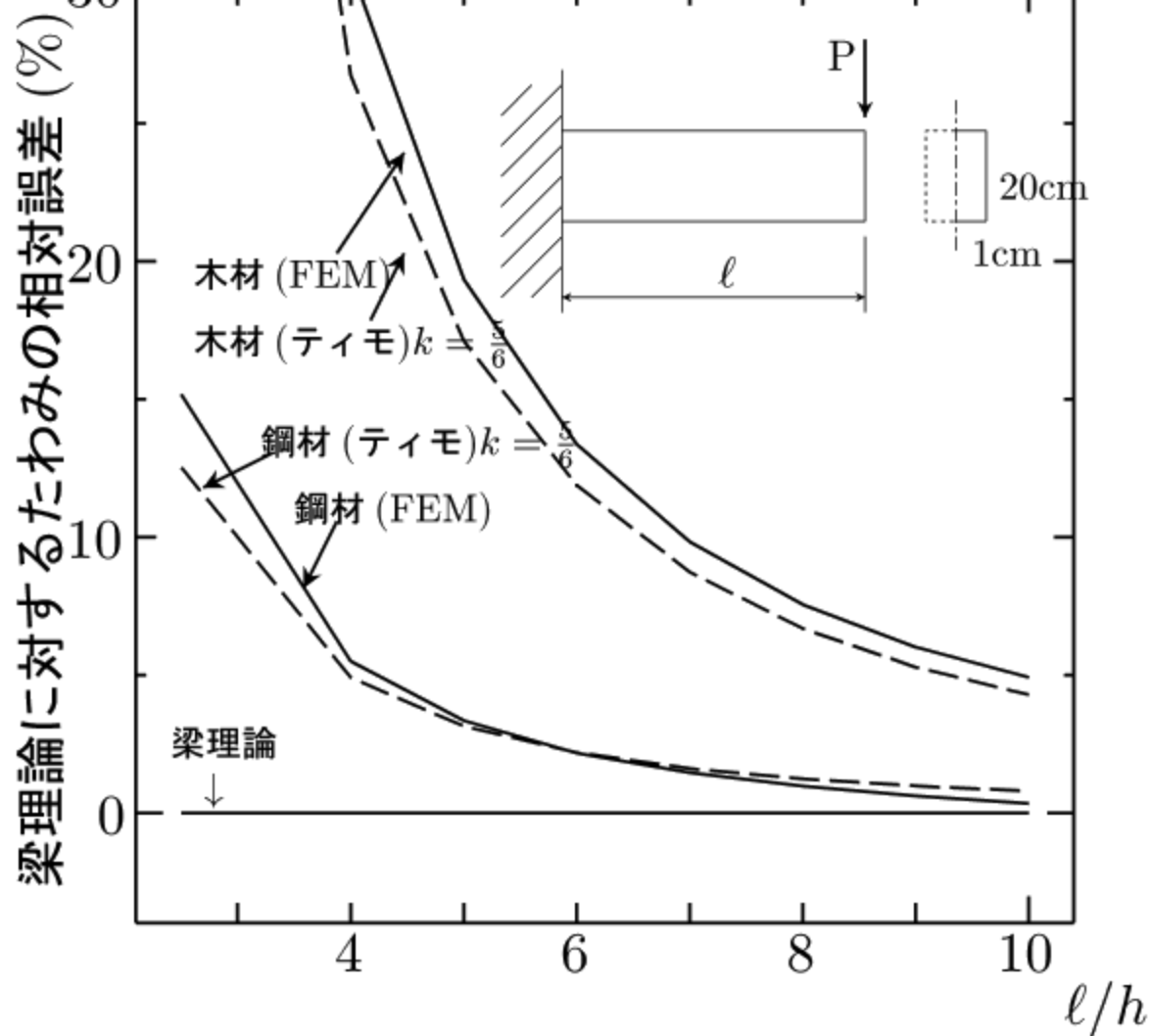


図 2: 梁理論に対するたわみの相対誤差

ティモシェンコ梁理論のたわみと同程度



FEM 解を用いて曲げ試験のシミュレーション

曲げ試験のシミュレーション

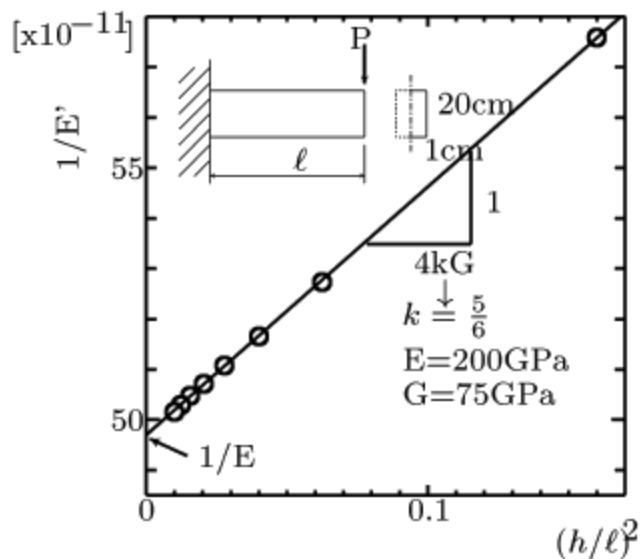


図 3: 鋼材 G の推定

$$E=201\text{GPa}(+0.69\%)$$

$$G=60.8\text{GPa}(-18\%)$$

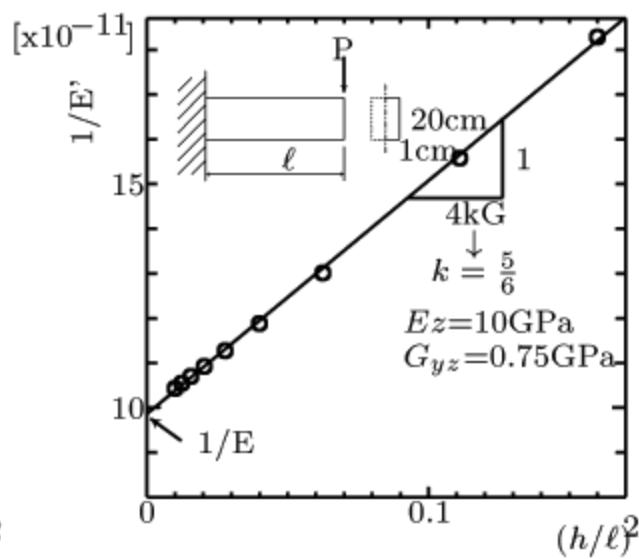


図 4: 木材 G の推定

$$E_z=10.2\text{GPa}(+1.5\%)$$

$$G_{yz}=0.575\text{GPa}(-18\%)$$

弾性係数 E の推定誤差 1% ぐらい

せん断弾性係数 G の推定誤差 -20% 程度



k の影響か？

k を逆算できるか? \Leftarrow FEM解の P と δ を代入

↓

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{kGA} \Rightarrow k = \frac{P}{GA} \cdot \frac{l}{\delta - \frac{Pl^3}{3EI}}$$

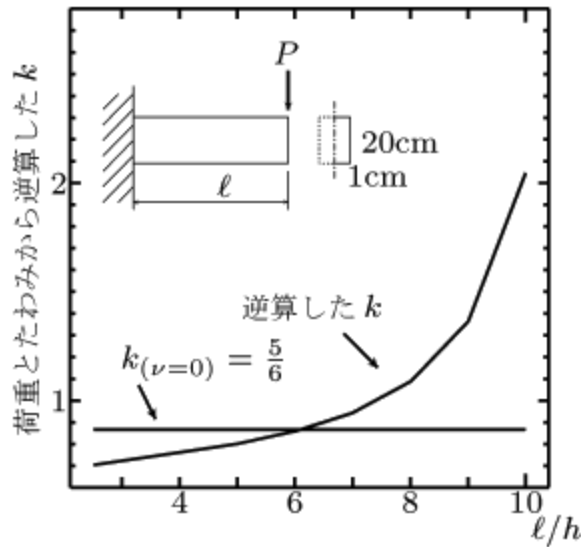


図 5: 鋼材の k の推移

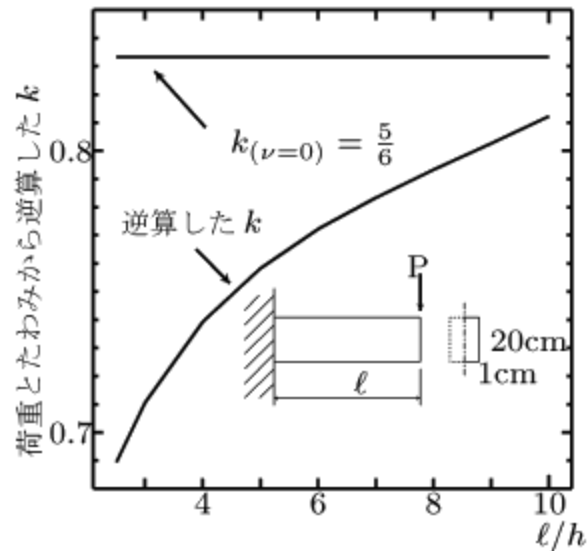


図 6: 木材の k の推移

k が l/h に依存して変化

..... 数値誤差か?

↓

実験で確認したい!

Gを簡単に測定できる材料

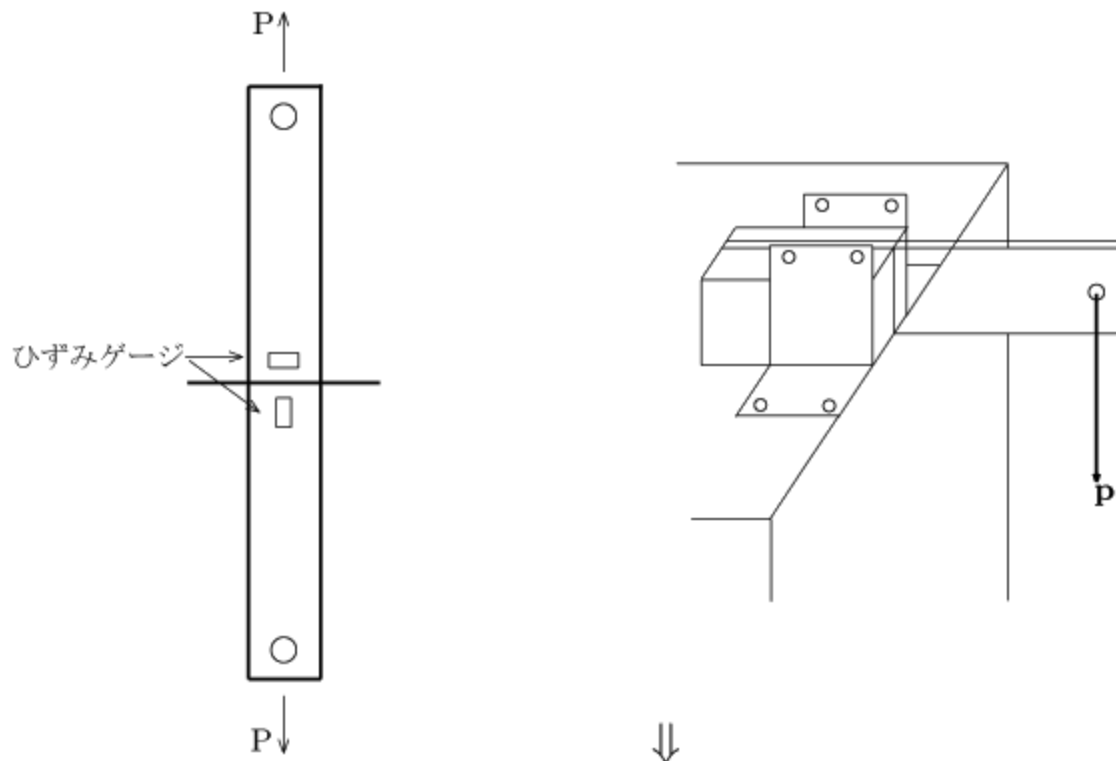
↓
アクリル (等方性材料) を使用

$$k = \frac{P}{GA} \cdot \frac{l}{\delta - \frac{Pl^3}{3EI}}$$

この式に試験体の l , A , I

引っ張り試験で得られる E , G

曲げ試験で得られる P と δ を代入



実験値と FEM 解の k を比較

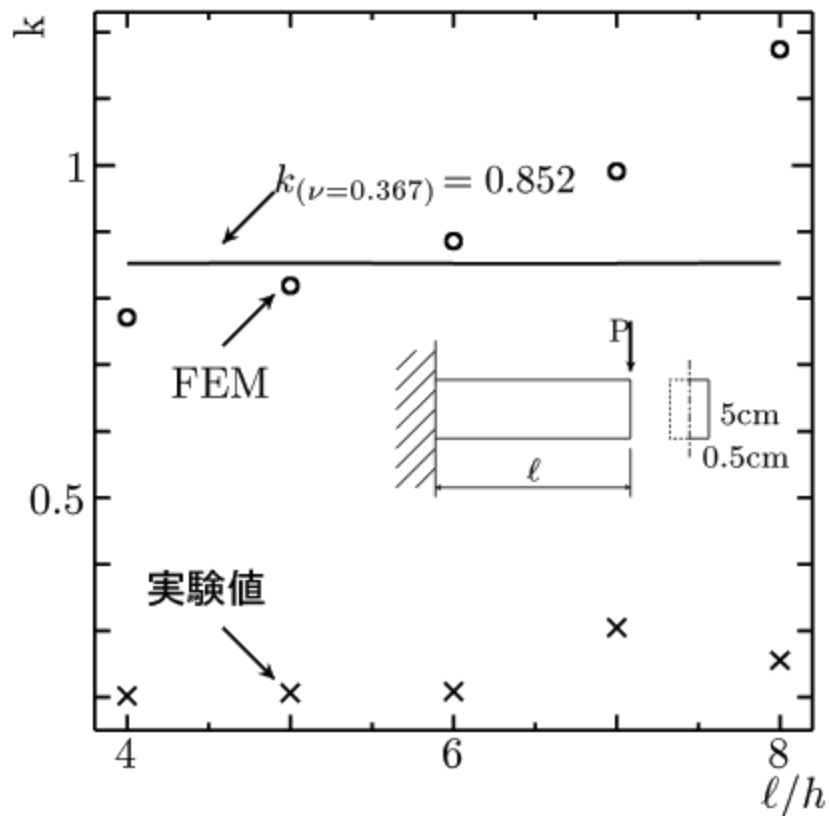


図 7: k の変移

実験精度は悪いが k は一定?

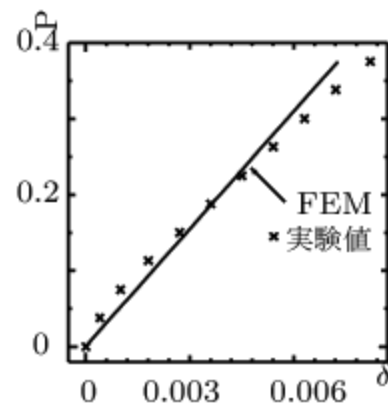


図 8: $l/h = 4$

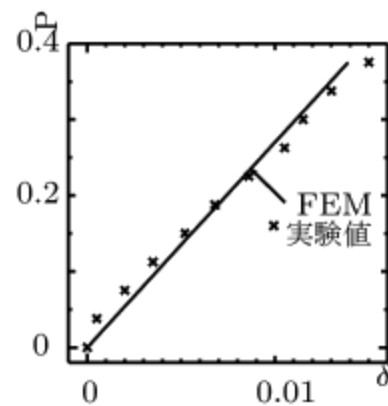


図 9: $l/h = 5$

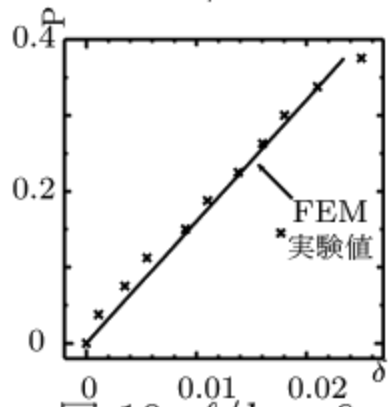


図 10: $l/h = 6$

まとめ

木材梁 せん断変形を考慮

↓

ティモシェンコ梁理論

$$\delta = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{\boxed{k}GA} \quad \Rightarrow G \text{ の測定}$$

木材は直交異方性だけど一等方の k

k を使わずに FEM 解析 → ティモシェンコ梁
↓ $(k = \frac{5}{6})$ と同程度の解析

k を逆算 $\Rightarrow l/h$ に依存?

✓ 数値誤差か?

実験で確認

↓

k は一定?

(精度が悪い . . . 今後の課題)