

せん断変形を伴う梁の横ねじれ座屈

環境構造工学講座 7599454 金子 泰久
 指導教官 薄木 征三 後藤 文彦

1. はじめに

近年、集成材が大断面・大スパンの構造部材としても用いられるようになり、集成材部材の横ねじれ座屈特性を予測することの重要性が増してきている。集成材は直交異方性材料ではあるが、面内の曲げ挙動に関しては梁理論でもじゅうぶんに解析できる。但し、集成材は梁軸方向の単軸圧縮・引張ヤング率に対して、曲げ面内のせん断変形に対するせん断弾性係数とその 1/15 程度と極めて小さいためにせん断変形の影響が大きく、補正係数などで適切にせん断変形の影響を考慮する必要がある。横ねじれ座屈は、細長い梁に生じるので、一般にせん断変形の影響は小さいと考えられるが、せん断弾性係数の小さい集成材梁では、梁長 / 桁高が 10 程度のじゅうぶんな細長さでも、たわみにせん断変形の影響が数 % も表れることもあるので¹⁾、せん断変形が横ねじれ座屈に及ぼす影響を確かめることは重要である。本研究では、補正係数でせん断変形を考慮した場合と無視した場合での梁 / 桁高が梁のたわみ、座屈荷重に与える影響を有限要素解析で数値的に調べる。

2. 数値解析

文献²⁾の有限変位・有限要素法では、次式のような剛性方程式を導いている。

$$f = RKT^T r \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 f は節点力ベクトル、 R は回転と変形を表す行列、 K は微小変位理論の線形剛性行列、 T は座標変換行列、 r は節点相対変位ベクトルである。本研究では、この K を梁軸直角 2 方向のせん断変形を補正係数で考慮した 3 次元ティモシェンコ梁理論の剛性行列³⁾に置き換え、接線剛性行列の固有値を調べることで座屈判定する。

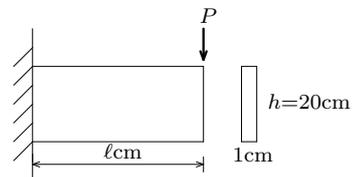


図-1 解析モデル

3. たわみ

木材は実際には直交異方性材料に近いが、ここでは前章で示したティモシェンコ梁の要素剛性方程式を用いて有限変位解析するため、鋼材などの材料定数 $E=200\text{GPa}$, $\nu=0.3$ や マ ツ 材などの木材の材料定数を参考にして、ヤング率 $E=10\text{GPa}$ 、せん断弾性係数 $G=0.7\text{GPa}$ の等方性材料の梁を解析する。まず、図-1 に示すような桁幅 1cm、桁高 (h) 20cm、梁長 ($l=40 \sim 200\text{cm}$) の断面の片持ち梁が 100kgf の端部荷重を受ける場合の鉛直たわみを、(せん断変形を無視した)

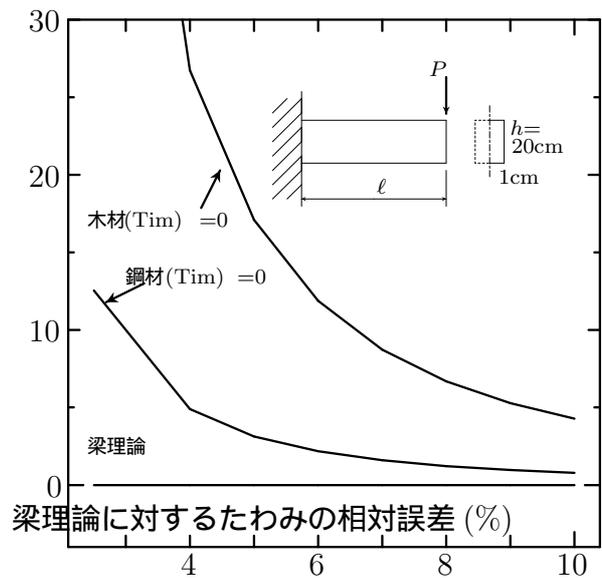


図-2 梁理論に対するたわみの相対誤差 l/h

初等梁理論のたわみ ($\delta = \frac{Pl^3}{3EI}$) に対する相対誤差で図-2 に示す。鋼材はせん断変形の影響はあまり無く、木材は梁長 - 桁高比 (l/h) が大きくなるにつれ、せん断変形の影響が小さくなっていくのが分か

表-1 横ねじれ座屈荷重 P_{cr} (kgf) と ℓ/h の関係

$\ell/(h=25\text{cm})$	5	6	7	8	9	10
数値解	4421	2946	2101	1573	1221	976
せん断変形無視	4420	2945	2100	1573	1221	976
面内変位無視	4282	2855	2038	1526	1186	948
Trahair	4323	2886	2059	1542	1197	955

るが、それでも $\ell/h = 10$ 程度の細長い梁でも、初等梁理論に対して 5% 程度もせん断変形によるたわみが付加されている。尚、 $\delta = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{GkA}$ の式で与えられるティモシェンコ梁理論のたわみは、数値解によるたわみと有効数字 4 桁まで一致する。

4. 横ねじれ座屈

さて、次にこの片持ち梁の断面を桁幅 5cm, 桁高 (h) 25cm に変えて、算定した横ねじれ座屈荷重を表-1 と図-3 に示す。表中と図中に「せん断変形無視」として示した解は、数値計算において、せん断補正係数 k の値を 10^{10} 倍と極端に大きくすることでせん断変形の影響を無視した解である。また、「面内変位無視」として示した解は、数値計算において強軸回りの断面二次モーメントを 10^{10} 倍と極端に大きくすることで座屈前

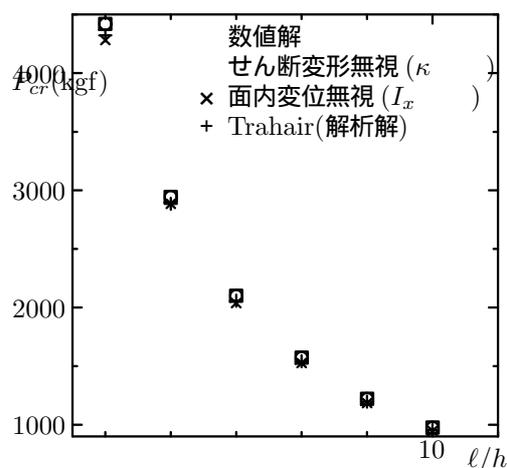


図-3 横ねじれ座屈荷重

の面内変位の影響を無視した解である。前章で、この梁はせん断変形を無視した場合と考慮した場合とでは、たわみに数 % 以上の誤差が生じることが分かっているが、それでも横ねじれ座屈荷重においては、せん断変形を無視した場合と考慮した場合とに殆ど差が認められない（有効数字 3 桁が一致する）。因みに、面内変位を無視した解は考慮した解に対して数 % 低めの値となり、せん断変形の影響よりも座屈前の面内変位の影響の方が大きいことが分かる。尚、面内変位を無視した解は、面内変位を無視して導かれた Trahair⁴⁾ の解析解より 1% ほど高めの値となる（図ではほぼ重なって見える）。

5. まとめ

木材のようなせん断変形の影響を無視できない材料を想定して、片持ち梁の横ねじれ座屈を有限変位・有限要素法で解析した。鉛直たわみに関しては、せん断変形の影響を無視すると 5% 以上の誤差の出るような梁であっても、横ねじれ座屈荷重に関しては、せん断変形の影響を無視しても考慮しても殆ど差がないことが分かった。また、せん断変形の影響よりも座屈前の面内変位の影響の方が大きいことが分かった。

参考文献

- 1) 後藤文彦, 麓 貴行, 薄木征三, 佐々木貴信: 曲げ試験による木材梁せん断弾性係数推定の精度, 構造工学論文集, Vol. 49A, 2003 (掲載予定)
- 2) 後藤文彦, 小林 裕, 齊木 功, 岩熊哲夫: 空間固定三軸回りの回転自由度を用いた空間梁解析, 応用力学論文集, 1, 1998, pp.319-327.
- 3) 構造工学シリーズ7: 構造工学における計算力学の基礎と応用, 土木学会, 1996.

- 4) Trahair, N. S.: Flexural-torsional buckling of structures. E & FN Spon, Chapman and Hall, London, England, 1993.