小テストその 11

図のような左端ローラー支承、右端固定で単位荷重を受ける不静定梁の左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z と ζ を取る。z は着目したい点の位置を示し、ζ は単位荷重の載荷位置を示す。まず、ζ を定数とみなしてこの梁のたわみ $v(z)$ を z の関数として求めたいが、この梁は不静定梁で力のつりあいから曲げモーメント分布を求めることができないので、梁の支配方程式 $-EIv'''' + q = 0$ を積分してたわみを求めようと思う。便宜上、単位荷重の載荷位置より左側の部分 $(0 < z < \zeta)$ のたわみを $v_{左}(z)$, 単位荷重の載荷位置より右側の部分 $(\zeta < z < \ell)$ のたわみを $v_{右}(z)$ と表記することにするとき、積分定数を決定するのに必要な両端の境界条件、単位荷重載荷点での連続条件を $v_{左}(z)$, $v_{右}(z)$ やこれらの微分を用いた表現で記せ。また、単位荷重載荷点から切り出した微小部分のつりあい条件を、微小部分の左の切断面に作用するせん断力と曲げモーメントを $S_{左}(\zeta), M_{左}(\zeta)$ とし、微小部分の右の切断面に作用するせん断力と曲げモーメントを $S_{右}(\zeta), M_{右}(\zeta)$ として記せ。また、これらを $v_{左}$, $v_{右}$ の微分を用いた表現で書き直せ。

以上の諸条件を用いて積分定数を手計算で決定するのはなかなか時間がかかるので、たわみの正解を以下に示しておく。

$0 < z < \zeta$ 　について

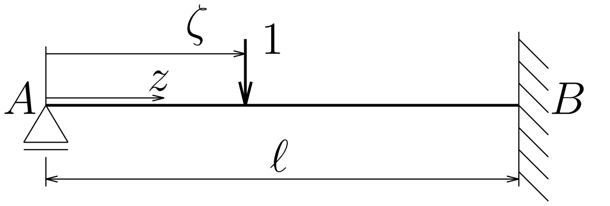
$$v_{左}(z,\zeta) = \frac{(\ell-\zeta)^2}{12\ell^3 EI}\{-(2\ell+\zeta)z^3 + 3\zeta\ell^2 z\}$$

$\zeta < z < \ell$ 　について

$$v_{右}(z,\zeta) = \frac{\zeta}{12\ell^3 EI}\{(3\ell^2-\zeta^2)z^3 - 6\ell^3 z^2 + 3\ell^2(\ell^2+\zeta^2)z - 2\zeta^2\ell^3\}$$

さて、上記のたわみの式を利用して、梁の中央部 $z = \frac{\ell}{2}$ におけるたわみの影響線関数を ζ の関数として求め、その影響線の概形を図示せよ。下を $+$ とせよ。

宿題: 上の不静定の梁のたわみを $-EIv'''' + q = 0$ を積分して実際に解いてみよ。



境界条件 (左端: 2 つ)________________

境界条件 (右端: 2 つ)________________

連続条件 (2 つ)____________________

つりあい条件 (S, M の表現で 2 つ)

____

____

つりあい条件 (v の微分の表現で 2 つ)

____

____

$v(z=\frac{\ell}{2},\zeta) =$

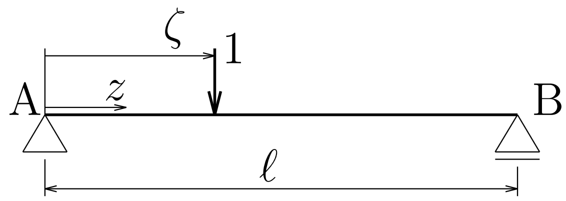
$(0 < \zeta < \frac{\ell}{2})$

$v(z=\frac{\ell}{2},\zeta) =$

$(\frac{\ell}{2} < \zeta < \ell)$

影響線は以下に

問 1



これは授業の始めにやる小テストです。ノートや参考書は見ずにやってみて下さい。

図のような単純支持で単位荷重を受ける静定梁の左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z と ζ を取る。z は着目したい点の位置を示し、ζ は単位荷重の載荷位置を示す。便宜上、単位荷重の載荷位置より左側の部分 $(0<z<\zeta)$ のたわみを $v_{左}(z)$, 単位荷重の載荷位置より右側の部分 $(\zeta<z<\ell)$ のたわみを $v_{右}(z)$ と表記することにするとき、まず、ζ を定数とみなしてこの梁のたわみ $v(z)$ を z の関数として求めると、

影響線は以下に

$v(z=\frac{\ell}{2},\zeta)$ ______________________

$M(z=\frac{\ell}{2},\zeta)$ ______________________

$$v_{左}(z)=\frac{\zeta-\ell}{6\ell EI}\{z^3+(\zeta^2-2\ell\zeta)z\} \qquad (0<z<\zeta)$$
$$v_{右}(z)=\frac{\zeta}{6\ell EI}\{(z^3-3\ell z^2)+(2\ell^2+\zeta^2)z-\zeta^2\ell\} \qquad (\zeta<z<\ell)$$

となる。$z=\frac{\ell}{2}$ におけるたわみの影響線関数 $v(z=\frac{\ell}{2},\zeta)$ とモーメントの影響線関数 $M(z=\frac{\ell}{2},\zeta)$ を求め、その概形を図示せよ。

$v(z=\frac{\ell}{2},\zeta)=$ ______________________ $(0<\zeta<\frac{\ell}{2})$

$v(z=\frac{\ell}{2},\zeta)=$ ______________________ $(\frac{\ell}{2}<\zeta<\ell)$

$M(z=\frac{\ell}{2},\zeta)=$ ______________________ $(0<\zeta<\frac{\ell}{2})$

$M(z=\frac{\ell}{2},\zeta)=$ ______________________ $(\frac{\ell}{2}<\zeta<\ell)$

宿題

これはうちに帰ってから解く「宿題」です。問 1 のたわみを、$M=-EIv''$ を積分して境界条件と連続条件を用いて積分定数を決定する方法で解いてみよ。