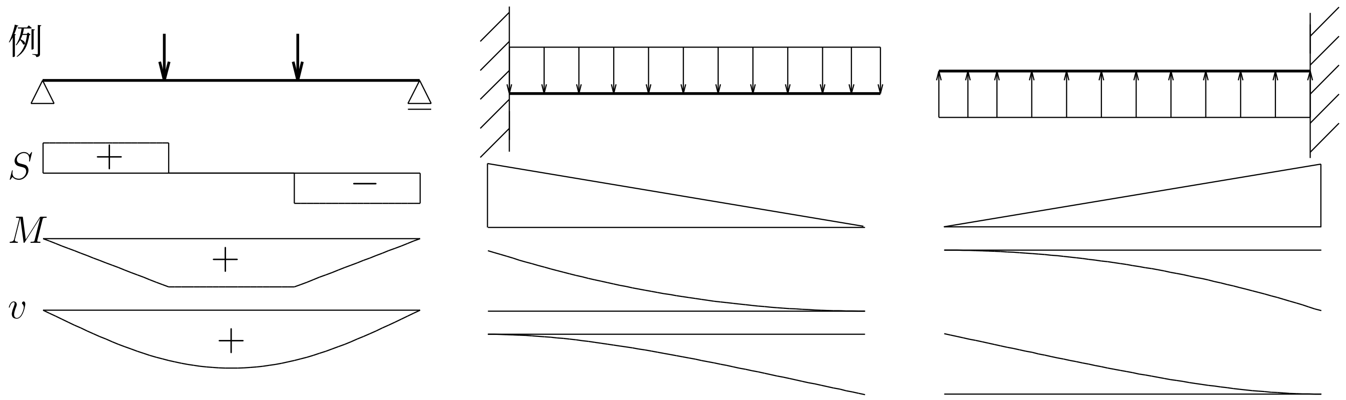
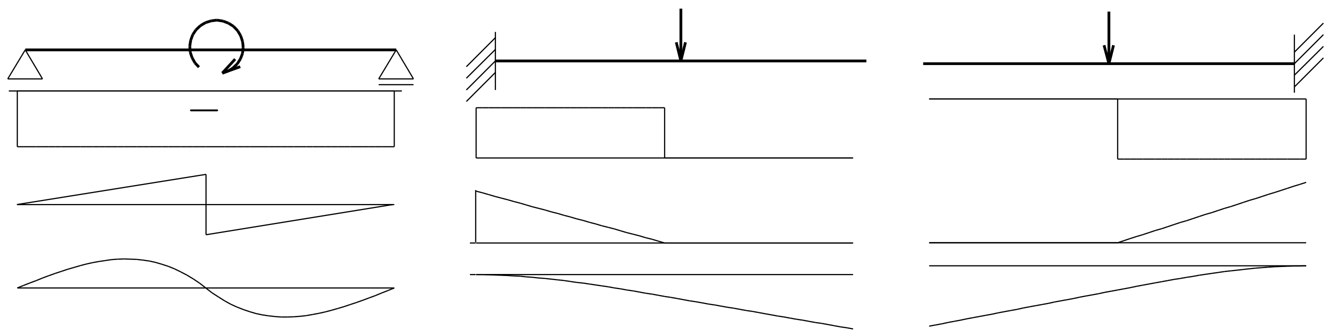
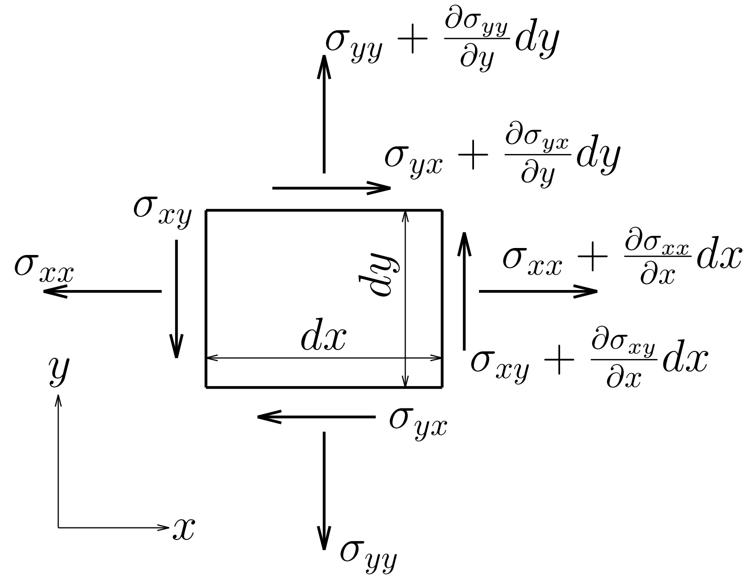
構造力学 II 追試験 1 枚目 (08/8/6) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 1: 例にならって，せん断力図 (S)，曲げモーメント図 (M)，たわみ図 (v) の概形を描け。せん断力図は軸線の上が +, 曲げモーメント図とたわみ図は軸線の下が + とする。





問 2: 外力を受けて変形してつりあっている物体から、図のような微小な長方形を切り取って抜き出したとき、抜き取った長方形の 4 辺 (奥行きを考えれば 4 面) に作用する直応力とせん断応力を書き入れよ (左面の σ_{xx}, σ_{xy}, 下面の σ_{yy}, σ_{yx} は書き入れてある)。距離 dx や dy 離れた位置の応力の変化量を考慮せよ。また、x 方向のつりあいを式で表せ。



x **方向のつりあいは、右向きを + とすると、**

$$-\sigma_{xx}dy-\sigma_{yx}dx+\left(\sigma_{xx}+\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}dx\right)dy+\left(\sigma_{yx}+\frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y}dy\right)dx=0$$

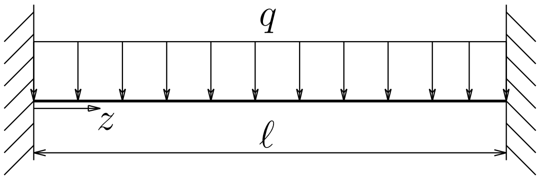
$\pm$ **で消える項を消して、**

$$+\left(\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}dx\right)dy+\left(\frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y}dy\right)dx=0$$

$dxdy$ **で割って、** x 方向のつりあい: $\underline{\dfrac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}+\dfrac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y}=0}$

構造力学 II 追試験 2 枚目 (08/8/6) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 3: 図のような等分布荷重 q を受ける両端固定梁について、以下の問に答えよ。なお、梁の左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z を取り、梁の曲げ剛性は EI とする。



(1) $-EIv'''' + q = 0$ を積分してこの梁のたわみ $v(z)$ を求めようと思うが、積分定数が 4 つ出てくるので 4 つの境界条件が必要となる。この 4 つの境界条件を記せ。

両端固定だから両端でたわみとたわみ角が 0

境界条件 4 つ: $v(0) = 0,\ v'(0) = 0,\ v(\ell) = 0,\ v'(\ell) = 0$

(2) この梁のたわみ $v(z)$ を求めよ。

$EIv'''' = q$

$EIv''' = qz + A$

$EIv'' = \frac{q}{2}z^2 + Az + B$

$EIv' = \frac{q}{6}z^3 + \frac{A}{2}z^2 + Bz + C$

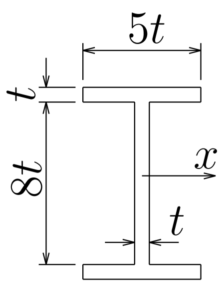
$EIv = \frac{q}{24}z^4 + \frac{A}{6}z^3 + \frac{B}{2}z^2 + Cz + D$

$v(0) = 0,\ v'(0) = 0,\ v(\ell) = 0,\ v'(\ell) = 0$ **より**

$C = D = 0,\ \ A = -\frac{q\ell}{2},\ \ B = \frac{q\ell^2}{12}$

たわみ:$v(z) = \frac{q}{24EI}(z^4 - 2\ell z^3 + \ell^2 z^2)$

(3) この梁の断面が図のような I 型断面をしているとき、この I 型断面の中立軸回りの断面 2 次モーメント I_x を求め、梁の断面に作用する最大の引張応力 $\sigma_{t_{max}}$ を求めよ。(曲げモーメントが最大になるのは中央とは限らない)



モーメント図を描いてみれば、端部か中央部のどちらかが曲げモーメント (絶対値) の最大値となることがわかる。

$M = -EIv'' = \frac{q}{12}(-6z^2 + 6\ell z - \ell^2)$ **より、**

$M(0) = -\frac{q\ell^2}{12},\ \ M(\frac{\ell}{2}) = \frac{q\ell^2}{24}$). **よって、**$M_{max} = -\frac{q\ell^2}{12}$.

$I_x = \frac{5\cdot 10^3 - 4\cdot 8^3}{12}t^4 = \frac{1250-512}{3}t^4 = 246t^4$

$\sigma_{t_{max}} = \frac{M_{max}}{I_x}y = \frac{-\frac{q\ell^2}{12}}{246t^4}(-5t)$

$I_x = 246t^4$

$\sigma_{t_{max}} = \frac{5q\ell^2}{2952t^3}$