構造力学 II 定期試験 1 枚目 (07/7/17) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 1

梁の軸線に沿って z 軸を取るとき、ひずみ成分 $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}$ について、

1. 「断面形不変の仮定」により 0 となるひずみ成分はどれか (3 つ)

$$\underline{\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{xy} = 0}$$

2. 「ベルヌーイ・オイラーの仮定」により 0 となるひずみ成分はどれか (2 つ)

$$\underline{\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = 0}$$

3. 上記の仮定で 0 にならないひずみ成分はどれか (1 つ)

ウェブテキストの「梁モデル」の章参照

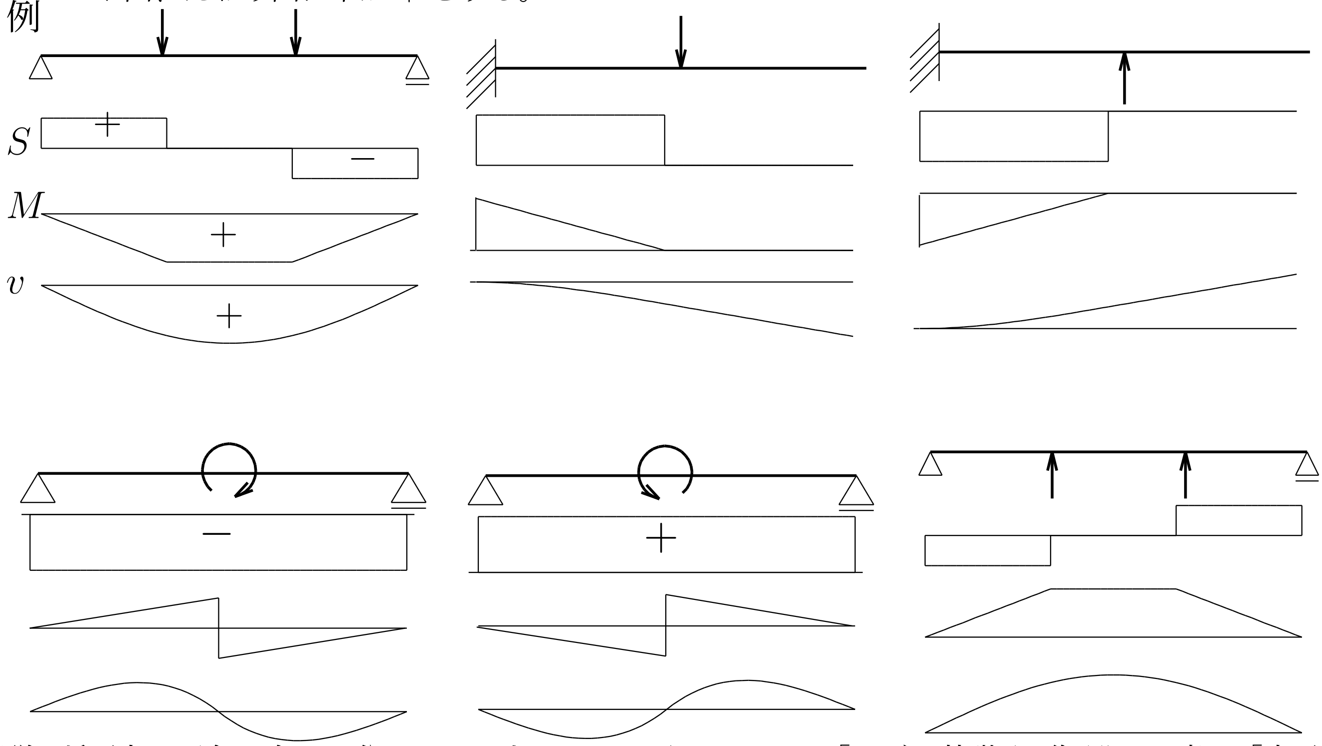
http://www.str.ce.akita-u.ac.jp/~gotou/kouzou/hari.html

$\underline{\varepsilon_{zz}}$

問 2

例にならって、せん断力図、曲げモーメント図、たわみ図の概形を描け。せん断力図は上が +, 曲げモーメント図、たわみ図は下が + とする。

例

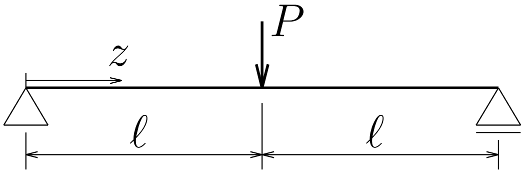


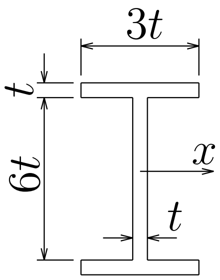
解説: 断面力の正負の向きが分からない人は、ウェブテキストの「まずは基礎 (の復習)」の章の「支承」「内力」を参照。せん断力図は、鉛直反力や外力を左端から順番に「上に P 出て、下に P 下がって...」みたいな要領で描ける。等分布荷重なら線形的に上がったり下がったりになる。たわみ-図は、梁の変形図そのものだから、構造力学を知らない人でもそれなりに描ける。固定端ではたわみ角は 0 なので、固定端では水平軸に接するように変形する。ヒンジ支承 (やローラー支承) の前後にたわみがある場合、ヒンジ支承部ではたわみ角は 0 にはならない (つまり水平軸に接するような変形にはならない)。あと、集中荷重や集中モーメントを受けたからといって、梁がその部分で不連続に折れ曲がったりはしない。主な静定梁の SM-図については「宿題その 3」参照。

構造力学 II 定期試験 2 枚目 (07/7/17) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 3

図のように中央に集中荷重を受ける単純梁について、左端を原点として梁軸に沿って右向き正に z 軸を取り、せん断力 $S(z)$, 曲げモーメント $M(z)$, たわみ $v(z)$ を、z の関数として求め、せん断力図、曲げモーメント図、たわみ図を図示せよ (ピークも書き入れよ)。なお、曲げ剛性は EI とする。また、梁の断面が図のような I 型断面をしているとき、この I 型断面の x 軸回りの断面 2 次モーメント I_x を求め、梁の断面に作用する最大の引張応力 σ_t^{max} を求めよ。





$$S(z) = \underline{\quad \frac{P}{2} \quad} \quad (0 < z < \ell)$$

$$S(z) = \underline{\quad -\frac{P}{2} \quad} \quad (\ell < z < 2\ell)$$

$$M(z) = \underline{\quad \frac{P}{2}z \quad} \quad (0 < z < \ell)$$

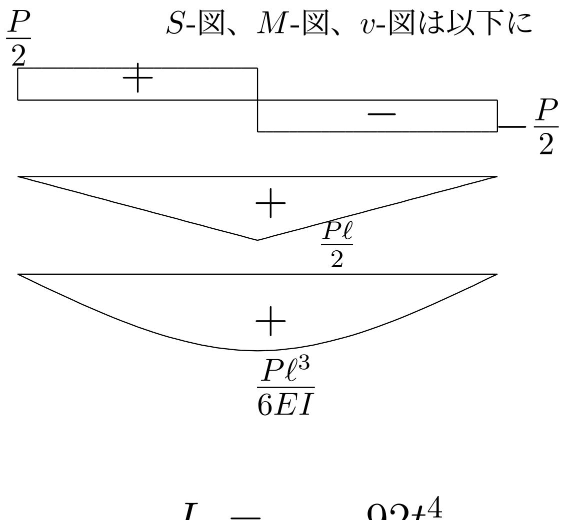
$$M(z) = \underline{\quad \frac{P}{2}(2\ell - z) \quad} \quad (\ell < z < 2\ell)$$

$$v(z) = \underline{\quad \frac{P}{12EI}(3\ell^2 z - z^3) \quad} \quad (0 < z < \ell)$$

$$v(z) = \underline{\quad \frac{P}{12EI}(z^3 - 6\ell z^2 + 9\ell^2 z - 2\ell^3) \quad} \quad (\ell < z < 2\ell)$$

解説: 静定梁の断面力の求め方自体が分からない人は、ウェブテキストの「基礎 (の復習)」の「断面力の計算」参照。曲げモーメントが分かれば、後は $M = -EIv''$ を積分して、境界条件や連続条件を用いて積分定数を決定すればたわみを求められる。ウェブテキストの「静定梁のたわみ」参照。I 型とか箱型とかコ型断面の断面 2 次モーメントは長方形の断面 2 次モーメントを組み合わせて足したり引いたりして求められる。ウェブテキストの「断面力」の「練習問題」参照。最大の直応力が発生する z 座標は、直応力と曲げモーメントの関係 $\sigma_{zz} = \frac{M}{I_x}y$ から、曲げモーメントが最大になる z 座標。この問題の場合は $z = \ell$. 直応力が断面内で最大となる y 座標は、直応力は高さ (y) 方向に三角形分布をしているから、断面の上部と下部とでそれぞれ圧縮と引張の最大となる (この問題の場合は下が引張)。ウェブテキストの「断面力」の「曲げモーメント」参照。

S-図、M-図、v-図は以下に

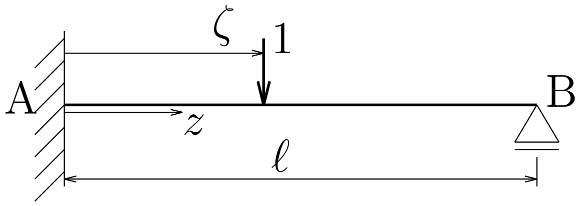


$$I_x = \underline{\quad 92t^4 \quad}$$

$$\sigma_t^{max} = \underline{\quad \frac{P\ell}{46t^3} \quad}$$

構造力学 II 定期試験 3 枚目 (07/7/17) 学籍番号 ____________ 氏名 ________________

問 4



図のような左端固定、右端ヒンジで単位荷重を受ける不静定梁の左端を原点として、梁軸に沿って右向き正に座標 z と ζ を取る。z は着目したい点の位置を示し、ζ は単位荷重の載荷位置を示す。まず、ζ を定数とみなしてこの梁のたわみ $v(z)$ を z の関数として求めたいが、この梁は不静定梁で力のつりあいから曲げモーメント分布を求めることができないので、梁の支配方程式 $-EIv'''' + q = 0$ を積分してたわみを求めようと思う。便宜上、単位荷重の載荷位置より左側の部分 $(0 < z < \zeta)$ のたわみを $v_{左}(z)$, 単位荷重の載荷位置より右側の部分 $(\zeta < z < \ell)$ のたわみを $v_{右}(z)$ と表記することにするとき、積分定数を決定するのに必要な両端の境界条件、単位荷重載荷点での連続条件、単位荷重載荷点から切り出した微小部分のつりあい条件を $v_{左}(z), v_{右}(z)$ やこれらの微分を用いた表現で記せ。以上の諸条件を用いて積分定数を手計算で決定するのはなかなか時間がかかるので、たわみの正解を以下に示しておく。

$0 < z < \zeta$ 　について

$$v_{左}(z,\zeta) = \frac{(\ell-\zeta)}{12\ell^3 EI}\{(\zeta^2 - 2\ell\zeta - 2\ell^2)z^3 + (6\ell^2\zeta - 3\ell\zeta^2)z^2\}$$

$\zeta < z < \ell$ 　について

$$v_{右}(z,\zeta) = \frac{\zeta^2}{12\ell^3 EI}\{(3\ell-\zeta)z^3 - 3\ell(3\ell-\zeta)z^2 + 6\ell^3 z - 2\ell^3\zeta\}$$

さて、上記のたわみの式を利用して、影響線関数を ζ の関数として求めたい。両端の鉛直反力の影響線関数 $V_A(\zeta), V_B(\zeta)$, 固定端のモーメント反力の影響線関数 $M_A(\zeta)$ を求めよ。それらの影響線の概形を図示せよ。

境界条件 (左端: 2 つ) $v_{左}(0) = v'_{左}(0) = 0$

境界条件 (右端: 2 つ) $v_{右}(\ell) = v''_{右}(\ell) = 0$

連続条件 (2 つ) $v_{左}(\zeta) = v_{右}(\zeta)$

$v'_{左}(\zeta) = v'_{右}(\zeta)$

つりあい条件 (2 つ)

$$EIv'''_{左}(\zeta) + 1 - EIv'''_{右}(\zeta) = 0$$

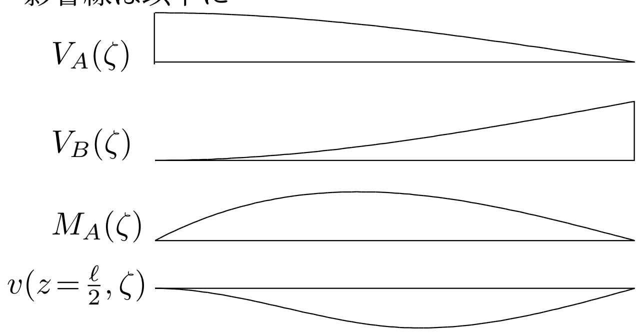
$$EIv''_{左}(\zeta) - EIv''_{右}(\zeta) = 0$$

$$V_A(\zeta) = \frac{\zeta^3 - 3\ell\zeta^2 + 2\ell^3}{2\ell^3}$$

$$V_B(\zeta) = \frac{-\zeta^3 + 3\ell\zeta^2}{2\ell^3}$$

$$M_A(\zeta) = \frac{-\zeta^3 + 3\ell\zeta^2 - 2\ell^2\zeta}{2\ell^2}$$

影響線は以下に



解説: 不静定梁を境界値問題として解く際の境界条件、連続条件、つりあい条件については、ウェブテキストの「不静定梁のたわみ」参照。不静定梁の影響線についてはウェブテキストの「不静定梁の影響線」参照。たわみが分かっているなら、$S = -EI\frac{d^3v(z)}{dz^3}$ や $M = -EI\frac{d^2v(z)}{dz^2}$ を使ってせん断力や曲げモーメントを求めることができる。それに着目点の z 座標を代入して ζ の関数とすれば影響線関数が求まる。反力の正負の向きと断面力の正負の向きは、ウェブテキストの「まずは基礎 (の復習)」の「支承」「内力」参照。

構造力学 II 定期試験 3 枚目裏

試験が始まるまでひっくり返さないでください