

振動感覚を考慮した歩道橋の使用性照査法に関する考察

SOME CONSIDERATIONS ON ERGONOMICAL SERVICEABILITY
ANALYSIS OF PEDESTRIAN BRIDGE VIBRATIONS

梶 川 康 男*

By Yasuo KAJIKAWA

1. ま え が き

歩道橋の振動が問題となり始めて以来、すでに 10 余年が経った。現在では横断歩道橋の新設が従来よりは少なくなってきた反面、車道幅員の狭い道路橋に並行して架けられるスパンの長い側道橋あるいは河川を横断するための独立した歩道橋が多く設けられるようになった。これらは一般に大規模であるために、その振動問題は重要な課題となっている。その課題の 1 つに風による動的安定性の問題があり、また 1 つに歩行者への振動の影響の問題がある。前者については風洞実験や耐風設計法により、その安定性が確認されている。後者については立体横断施設技術基準^{1),2)}にその照査の必要性が示されているが、その照査方法はまだ確立されていないのが現状である。

ところで、日本でのこの種の振動使用性に関する研究の多くが駅前などに設置された横断歩道橋を対象としてきたことから、かなり密な荷重状態を考えてきた。密な状態であれば従来行われた確率論的な考察^{3)~7)}も妥当な方法といえようが、郊外部や山間部などに架けられる歩道橋では疎な荷重状態での照査をしておけばよいように考えられる。また、疎な荷重状態の極限として単独の歩行者による振動を考えることになれば単純かつ明快な照査となり、しかも実測値や実験値などとの比較も容易となる。BS 5400 (1978 年)⁸⁾では単独の歩行者による振動照査の規定が具体的に設けられており、また、オーストラリア⁹⁾においても同様に単独の歩行者を考えている。これらは複数の歩行者の載荷についての多少の不備はあるものの実に単純明快である。

著者はこの種の研究を進めるにあたって、かねてより歩道橋の架設地点の実状に合った簡単な振動照査が必要であると考えてきた。そこで、文献 6) では確率論から

の考察をし、文献 7) では二次モーメント法による考察を行った。これらは安全性の照査においてレベルⅢとⅡとよばれている方法に対応する。しかし、文献 6), 7) でも指摘したように種々の問題点があり、そのままの形で設計に応用するのは難しい。そこで、本論文では、より利用しやすいレベルⅠの照査法を考えることにし、従来の成果と最近の提案を踏まえて単独の歩行者荷重による振動照査と群集荷重による確率論的な振動照査との整合を試みることによって、より具体的で簡潔かつ広範囲の橋梁形式に適用できるような振動照査法を提案する。ここで提案する方法では使用性のレベルを同一に保つには単独の歩行者による橋梁の動的応答量をどの程度にすればよいかを求めようとするものである。

やがて、安全性の照査が安全係数を用いる限界状態設計法に移行していくであろう現在、振動使用性の照査も同じ思想に基づく設計法が必要となるであろう。

2. 歩道橋の振動問題に関する従来の研究

歩行者による歩道橋の振動問題が取り扱われるようになって以来、多くの研究^{2)~24)}がなされてきた。それらの研究は大きく分類すると、実橋での振動実験、単独の歩行者による振動照査法の提案、多数の歩行者による振動の確率論的な検討である。ところが、この 3 種の研究がそれぞれ独立した形で進められてきており、統一した形での設計規範を提案するようなものはまだないといえる。そこで、本節ではまず、これらの研究成果のおもなものを設計規範への糸口という観点からまとめた。

(1) 実橋での振動実験報告^{10)~20)}

歩道橋では設計荷重の関係から支間が長くなると比較的にスレンダーなものとなるのが一般的であるために、歩道橋として新しい形式で、しかも大規模なものとなると安全性の確認をするためにさまざまな実験が行われ、そ

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木工学科

れと同時に歩行者による振動実験が実施される場合もある。それらの報告をみると、1人あるいは多数の歩行者による歩行振動実験を行い、その実験値がいろいろな分野で用いられている振動じょ限度に比較して小さいことが示されている場合が多い。一部の報告では実験時の歩行者に振動感覚に関するアンケートを実施したものもある。これらの実験は対象とする歩道橋の振動使用性を確認しているのであるからそれで十分なわけであるが、設計基準が具体的には整備されていないこともあり、次の設計作業へフィードバックできるような形の報告は比較的少ない。

(2) 単独の歩行者による振動照査^{8), 9), 21), 22)}

歩行者はそれぞれ固有の歩調を有しているが、多くの人を対象に調査した結果では平均歩調約2歩/秒、標準偏差約0.18~0.20歩/秒の正規分布に従うことが確認されている。ただし、平均歩調の人が多いことは確かであるが、特定の個人がこの分布を有するわけではない。そこで、単独の歩行者の動的外力としての周期を考えたとき次の2通りが用いられている。最頻歩調である2歩/秒を用いている場合は、このような状態がよく生ずるであろうことから照査が行われ、橋梁の固有振動数に合った共振歩調を用いる場合は最も大きく揺れる振動に対する照査が行われていることになる。最頻歩調を用いたものとしては文献21)があり、その外力に対する応答速度の実効値を0.42 cm/s以下にするように提案している。また、文献9)では最頻歩調と共振歩調の両方の照査をしており、その応答速度の最大値を約2.4 cm/s以下にするよう提案されている。じょ限度の大きさをいくつにするかについては是非はあるが最頻歩調を避けたとしてもときとして他の歩調で共振し、大きく振動する可能性があることを考えれば最頻歩調を使うよりも共振歩調を使う照査方法の方が望ましいように思われる。ただし、その共振歩調の出現の可能性を考えないと、場合によっては非常にまれな現象を扱うことになる。

ところで、共振歩調のみによる照査が提案され²²⁾、ほとんどそのままBS 5400に採用されている。まず、1人の歩行者の片足の衝撃力を正弦波状であるとし、その衝撃力 $F(=180 \sin 2\pi f_B t, \text{N})$ が速度 $0.9 f_B \text{ m/s}$ (f_B は共振歩調)で移動するものとして、そのときの動的応答を単純桁橋を基本形式として行っている。そして、共振モードでの最大変位応答を静たわみに対する倍率(ϕ)で示し、歩道橋としてよく用いられる連続桁橋についてはモードに関する形状係数 K を求めておき、次式で応答加速度の最大値(a)が計算されるとしている。

$$a = (2\pi f_B)^2 y_s K \phi \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 f_B ：橋梁の固有振動数 (Hz)

y_s ：1人の歩行者 (700 N) が支間中央点に載ったときの静たわみ (m)

K ：形状係数 (後述する式 (9) を参照)

ϕ ：動的応答係数 (あとで示す 図-4 を参照)

このようにして求められる最大加速度が $0.5 \sqrt{f_B} \text{ m/s}^2$ 以下になるように提案されている。なお、式 (1) による計算の根拠については次節の (4) で述べることにする。また、文献22)にも述べられているが多数の歩行者が載るときこの種の計算は必要であるが、まだよくわからない点が多いので現段階では行わないとしている。確かに、複数載荷は複雑にいろいろな要因が影響してくるが、歩行者が多い場合などはこの計算だけでは不十分であろう。また、歩調の分布に関する情報がある程度わかっている以上は何らかの配慮が必要であろう。しかし、不完全であるにしてもそれをBS 5400⁹⁾に採用するのは、やはりイギリスが文献10)にあるように古くからこの問題に関心をもち、着実に研究を進めてきた成果であるといえよう。

(3) 多数の歩行者による振動の確率論的な検討^{3), 7), 24)}

多数の歩行者が橋梁上にいるときを対象にしようとする、その歩調分布や到着分布などを考慮する必要がある。また、実際問題として歩行者の振動に対する反応もばらつきのあるものである。日本におけるこの種の研究は当初から歩調のばらつきを考慮に入れたものが多い。そのためか、(2)で示したような単独歩行者による振動の照査があまり行われないまま現在に至っている。歩調のばらつきを外力のスペクトルとして考慮しようとしたために当然のことながら多くの歩行者が橋梁上にいる場合を前提とすることになった。

まず、歩行者のポアソン到着を仮定し、不規則振動解析によって応答の最大加速度を解析したものがある^{3), 4)}。そこでは、1人/m²程度の歩行者が2歩/秒の歩行を行ったとき、その最大加速度が0.1gを越えないように提案しており、これが立体横断施設技術基準の解説²⁾に盛り込まれている。

さらに、移動する歩行者が受ける振動を不規則振動解析によって求め、その歩行者の反応のばらつきを考慮し、評価尺度として望ましくない反応が生ずる確率を用いたものもある⁶⁾。また、安全性照査に用いられている二次モーメント法を用いて使用性指標を提案し、その指標を用いても精度よく使用性の照査が行い得ることを述べたものもある⁷⁾。

以上に、現在までに行われた研究の概要を述べてきた。(1)の実験はそれなりに重要である。(2)は扱いが

表—1 各研究における S と R の内容

研究者, 文献	S		R	
	荷重状態	応答量	振動許容値	じょ限度の内容
Leonard 10)	多数の歩行者	応答最大加速度	$0.12 f_B^{1.5} \text{ m/s}^2$	Uncomfort
小堀・梶川・城戸 21)	2歩/秒の歩行者1人	応答速度の実効値	0.42 cm/s	感じない
Blanchard 22)	共振歩調の歩行者1人	応答最大加速度	$0.5\sqrt{f_B} \text{ m/s}^2$	Tolerance
BS 5400 8)				
Wheeler 9)	2歩/秒と共振歩調の歩行者1人	応答最大速度	2.4 cm/s	Unpleasant
松本ら 3), 4)	2歩/秒の歩行者1人/m ²	応答最大加速度	$0.1 g$	不快
梶川・小堀 6)~8)	計画歩行者数 λ 人/秒	応答速度の実効値	反応の生ずる確率 5~10%	歩きにくい・不快

単純なため、わかりやすく、その現象を把握しやすいが、複数载荷などの点で不備がある。(3)は多くの歩行者が載るときの解析であり、少数载荷のときは外力の仮定に問題があり、また設計基準という立場から考えるとわかりにくく、利用しにくいことは確かであろう。

ところで、各研究における振動使用性に対する照査は、いずれも次式のようにある動的応答量 S を振動じょ限度 R と比較することになる。

$$S < R \dots \dots \dots (2)$$

また、確率論的な考察においては S と R を確率変数として扱い、 S が R を超過する確率 $\text{Prob}(S > R)$ を求めることとなる。

ここで、各提案における S と R のとり方をまとめると表—1のようになる。これをみると、歩調・照査する際の歩行者数、振動感覚の評価に用いる応答量と振動じょ限度を考慮することが必要であり、しかも、それぞれの照査法においてさまざまな形がとられていることがわかる。

そこで、本論文では以上の研究の特色を生かすことができる照査法について検討をした。その結果、次節以降で述べるように、まず単独の歩行者による応答を基本状態として、その状態が生ずる可能性や複数载荷などの影響は確率論的な考察による設計係数として扱うことによって、できるだけわかりやすく、また単独歩行実験との比較が可能なような照査法を提案する。

3. 単独歩行者荷重による歩道橋の動的応答解析

ここでは、歩道橋の振動使用性の照査を行う場合に、最も基本となる状態として1人の歩行者がある一定の歩調で橋梁を渡るときの橋梁の動的応答量を求めることにする。

(1) 歩道橋の動的応答解析

まず、歩行者の質量は橋に比べて十分小さいので、これを無視し、歩行時の衝撃のみを考える。いま、衝撃の振幅を f_0 、歩調を $\omega (=2\pi f, f: \text{歩調, 歩/秒})$ とする

とき、歩行者による衝撃周期力を $f(t) = f_0 \cos \omega t$ で表わし、また振動モード $\phi_n(x)$ が正弦級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{nm} \sin \frac{m\pi x}{l}$ で表わされるものとする。各振動モードに対する運動方程式は次式で示される。ただし、モード級数 a_{nm} は正規化条件 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{nm}^2 = 2/\rho l$ を満たすように、エネルギー法や結合法²⁵⁾などの固有振動解析によって求められるものとする。

$$\ddot{q}_n + 2h_n p_n \dot{q}_n + p_n^2 q_n = \frac{f(t)\phi_n(vt)}{\int_0^l \rho \phi_n^2(x) dx}$$

$$= f_0 \cos \omega t \sum_{n=1}^{\infty} a_{nm} \sin \frac{m\pi vt}{l} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 h_n : 減衰定数、 p_n : 固有振動数、 v : 荷重の移動速度、 l : 橋長、 ρ : 単位長さ当たりの質量、である。そして、式(3)の解は次のように表わされる。

$$q_n(t) = \frac{f_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_{nm} [e^{-h_n p_n t} (C_1 \cos p'_n t + C_2 \sin p'_n t) + r_1 \sin(\beta_1 t - \theta_1) + r_2 \sin(\beta_2 t - \theta_2)] \dots \dots (4)$$

ここに、

$$p'_n = p_n \sqrt{1 - h_n^2}$$

$$\beta_1 = \frac{m\pi v}{l} + \omega, \quad \beta_2 = \frac{m\pi v}{l} - \omega$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{2h_n p_n \beta_1}{p_n^2 - \beta_1^2}, \quad \theta_2 = \tan^{-1} \frac{2h_n p_n \beta_2}{p_n^2 - \beta_2^2}$$

$$r_1 = 1/\sqrt{(p_n^2 - \beta_1^2)^2 + (2h_n p_n \beta_1)^2}$$

$$r_2 = 1/\sqrt{(p_n^2 - \beta_2^2)^2 + (2h_n p_n \beta_2)^2}$$

$$C_1 = r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2$$

$$C_2 = \{h_n p_n C_1 - (r_1 \beta_1 \cos \theta_1 + r_2 \beta_2 \cos \theta_2)\}/p'$$

この $q_n(t)$ を求めれば各モードごとの着目点の変位 $y_n(t, x)$ は次式より求めることができる。

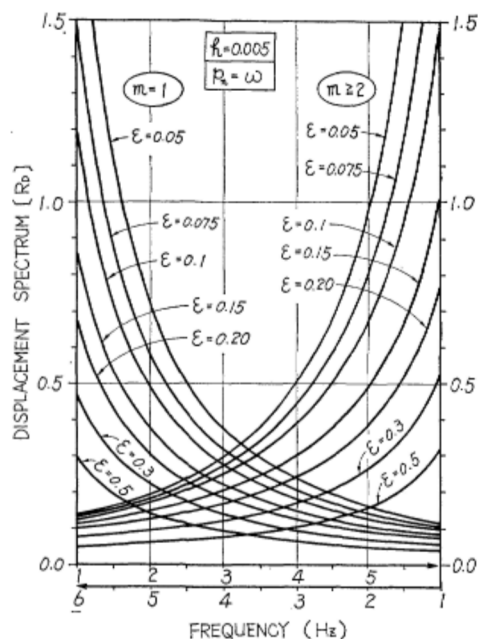
$$y_n(t, x) = q_n(t) \phi_n(x) \dots \dots \dots (5)$$

(2) 最大変位振幅の応答スペクトル

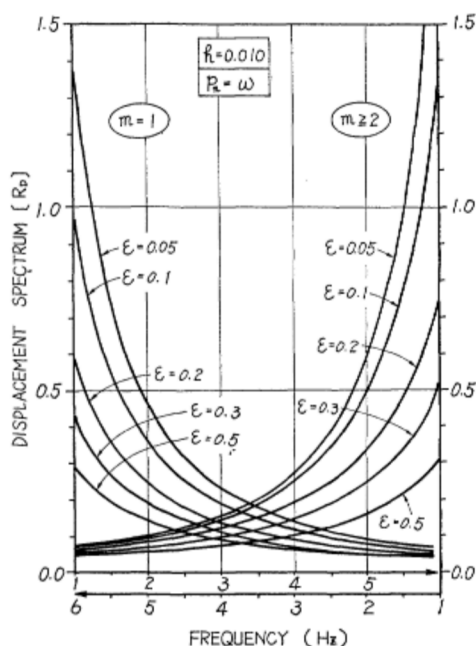
振動感覚を評価するとき、評価する動的応答量として振動速度や振動加速度の実効値が用いられることが多いが、ここでの計算では実験値などとの比較が容易なように最大変位振幅を求めることにする。そして、式(4)を用いて最大値を計算してみると実用上の範囲で $\frac{m\pi v}{l} \ll$

ω であり、減衰定数 h_n も非常に小さいために、 $\dot{q}_{n,\max} = p_n \cdot q_{n,\max}$, $\ddot{q}_{n,\max} = p_n^2 \cdot q_{n,\max}$ となり、振動速度や振動加速度への換算は最大変位振幅に固有振動数を乗ずることによって近似的に求めることができる。

そこで、最大変位振幅を求めるために、式 (4) の [] の値に着目し、これを h_n と $\varepsilon (= \frac{m\pi v}{l})$ をパラメータとすることによって、各振動数 $p_n (= \omega, \text{歩調と固有振動数が一致})$ に対する応答変位の最大値の基準値として計算し、図-1 に示した。この値を最大変位応答スペクトルとよぶことにし、 $[R_D]$ と表わすことにする。図-1 には減衰定数が 0.005 と 0.01 の場合について示したが、他の減衰定数についても計算できるように図-



(a) $h=0.005$ の場合



(b) $h=0.01$ の場合

図-1 応答スペクトル図

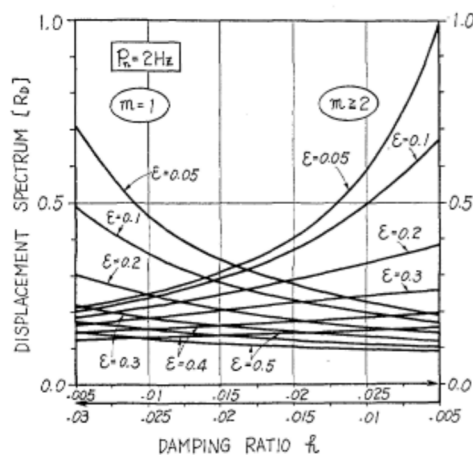


図-2 減衰定数による応答スペクトル値の変化

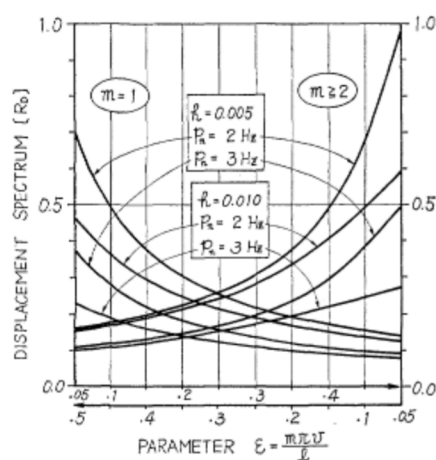


図-3 パラメータ ε による応答スペクトル値の変化

2 を示した。また、同様に $\varepsilon (= \frac{m\pi v}{l})$ に対する値を図-3 に示した。なお、図-1~3 において、 $m=1$ の場合には式 (4) の第 1 項の減衰項が多少影響するので、それを考慮に入れた値であり、 $m \geq 2$ ではその影響は小さいものとして、第 2 項の定常項のみの値である。これらの図を用いることによって歩調が固有振動数に一致する場合の最大応答変位振幅を求めることができる。

(3) 応答スペクトル図による最大応答変位振幅の計算

振動モードを正弦級数 $\sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \sin \frac{m\pi x}{l}$ という形で考えたために、この形が使えるような固有振動解析たとえばエネルギー法や結合法²⁵⁾ などによって固有振動数 p_n と固有振動モード係数 a_{nm} を計算すれば、図-1~3 に示した応答スペクトル図を用いて、次のようにして最大応答変位振幅が計算される。

p_n が歩調と一致するときには、減衰定数を仮定し、 $\varepsilon (= \frac{m\pi v}{l})$ の値によって 図-1~3 から必要な m に対

する応答スペクトル値 $[R_D]$ を求め、次式にて着目点 (x) の最大応答変位振幅を求める。

$$y_{n,\max}(x) = \frac{f_0}{2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} [R_D] \cdot \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \sin \frac{m\pi x}{l} \quad \dots\dots\dots (6)$$

なお、この最大振幅計算では歩行者が橋梁の n 次振動と共振するわけであるので、各次数について合計する必要はないであろう。

(4) 動的応答係数による最大応答変位振幅の計算

図-1~3 の応答スペクトルを用いても計算されるが、さらに計算を単純化したものに BS 5400 にも用いられている動的応答係数がある。歩行者の歩調が最低次の振動数と一致し共振した場合、 x 点での最大応答変位振幅は次式で表わされる。

$$y_{1,\max}(x) = q_{1,\max} \phi_1(x) = \frac{f_0}{2} \sum_{m=1}^{\infty} a_{1m} [R_D] \phi_1(x) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $[R_D]$ は m によって少し値が異なるが、その差は小さいものとみなし、両者は等しいものとする。そして、 $f_0 = \alpha_A P$ (P : 体重, α_A : 加速度比) として、しかも着目点として主スパンの支間中央点をとって式(7)を少し変形すると

$$y_{1,\max} = \left\{ \frac{P}{\omega_1^2} \left(\sum_{m=1}^{\infty} a_{1m} \right)^2 \right\} \cdot \frac{\alpha_A}{2} [R_D] \omega_1^2 = K y_s \phi \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、

$$K = \frac{\frac{1}{\omega_1^2} \left(\sum_{m=1}^{\infty} a_{1m} \right)^2}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n^2} \left(\sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \right)^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$y_s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P}{\omega_n^2} \left(\sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\phi = \frac{\alpha_A}{2} [R_D] \omega_1^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

なお、形状係数 K は式(9)で示されるように振動数比と振動モードによって決まる係数であるため、構造形式やスパン比によって決定される。 y_s は集中荷重 P を着目点に載荷したときの静たわみであるので、式(10)によってもよいが他の計算法によっても求められる。 ϕ は応答スペクトル $[R_D]$ に $\frac{\alpha_A \omega_1^2}{2}$ を乗じて求められる動的応答係数であるが、この値は歩行者の移動速度を橋の固有振動数と比例する形で表わすと、支間長と減衰定数に依存した値となる。その一例を図-4の破線で示した。この形の照査が用いられている BS 5400 の ϕ を図-4の実線で示した。実線のうち対数減衰率 $\delta = 0.03$ ($h = 0.0048$) の曲線と破線の $h = 0.005$ の曲線との差は移動速度のとり方と外力の与え方が少し異なるために生じている。

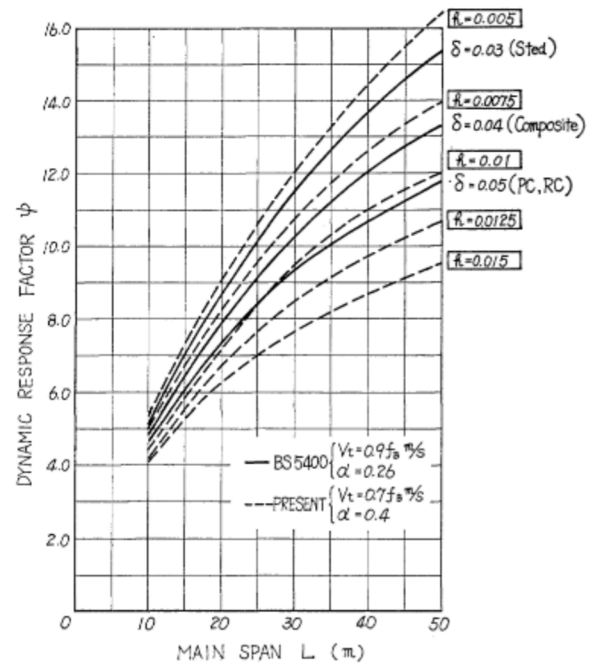


図-4 動的応答係数 ϕ の一例

このような動的応答係数 ϕ によっても簡単に最大応答値を求めることができる。しかし、荷重条件が異なると ϕ を計算し直す必要があるため汎用性に欠けることを考えると応答スペクトルの方が汎用性に富み、適用できる範囲は広い。

(5) 最大応答値から実効値や振動刺激値への換算

式(6)あるいは式(8)によって得られる最大応答値は固定した着目点での値である。この値は実験値などとの比較など現象の把握から考えると最も望ましいものであろう。ところが、振動感覚を評価する場合、必ずしもこの最大応答値を対象としない。著者の実験²³⁾によれば移動する歩行者が受ける刺激は、歩行者位置における振動速度の実効値を考えるのが妥当である。そこで、本節で得られる着目点での最大応答値 $S_{\max}$ と実効値 S_{rms} 、そして、一定速度で移動する歩行者位置での実効値 S^* の関係から、次節で用いる刺激への換算係数 r_T を求める。

図-5のような振動波形があるとし、それぞれの値の関係を次式のようにおくことにする。

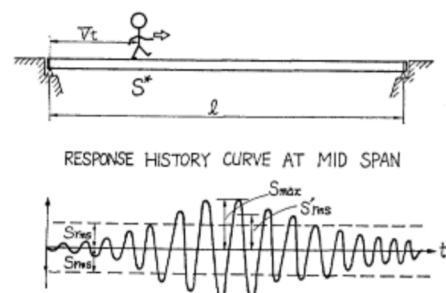


図-5 各応答値の比較

$$\left. \begin{aligned} S_{rms}' &= r_{T1} S_{max} \\ S_{rms} &= r_{T2} S_{rms}' \\ S^* &= r_{T3} S_{rms} = r_{T1} r_{T2} r_{T3} S_{max} = r_T S_{max} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 r_{T1} は1つの波形を正弦波とみなしたとき、その実効値とそのピーク値との比であり、ほぼ $1/\sqrt{2}$ となる。 r_{T2} は非定常波形における各ピーク値の平均とピーク値の最大との比であり、ほぼ $2/\pi$ で表わされる。 r_{T3} は移動する歩行者位置での応答の実効値と応答が最大になる点での実効値との比であり、これもほぼ $2/\pi$ で表わされる。したがって、 r_T は $r_{T1} r_{T2} r_{T3}$ で表わされ、ほぼ 0.3 となる。

なお、本論文においても従来の著者の研究^{6), 7), 23)}と同様、振動刺激として振動速度の実効値 S^* を考える。したがって、 S_{max} は式 (6) あるいは (8) によって得られる変位 $y_{n,max}$ に ω_n を乗じて得られるものとし、さらに式 (12) によって S^* は求められるものとする。

4. 振動使用性に対する照査法の提案

2. で述べた従来の研究によると歩道橋の歩行者による振動を考える場合、次の2つの荷重状態が考えられている。

- 1) 単独歩行者荷重状態
- 2) 群集荷重状態

ところが、この2つの荷重状態をうまく表現できる照査方法は今のところ提案されていない。その理由の1つに、1) の単独状態を対象とした考察では2) の状態での現象をうまく表現できなかったことがあり、また、2) の群集状態を対象とした確率論的な考察をそのまま1) には適用できなかったことが挙げられる。

そこで、本論文では単独歩行者による刺激量を S^* とし、係数 r_S, r_f, r_R を導入した次式によって振動照査を行うことにする。

$$r_S r_f S^* \leq r_R R^* \dots\dots\dots (13)$$

ここに、

S^* : 歩行者が受ける振動刺激量 (振動速度値) の基準値

r_S : 基本状態としての単独歩行時以外の状態 (複数載荷状態) での載荷状態係数

r_f : 橋梁の固有振動数と歩調との共振の可能性を考慮する振動数係数

R^* : 振動じょ限度の基準値 (S^* に対応した振動速度値)

r_R : 振動じょ限度の変動性を考慮する反応係数

なお、振動数係数 r_f については (3) において説明するので、次の (1), (2) においては $r_f = 1.0$, すなわち橋

梁の固有振動数と歩調が共振する可能性は平均歩調時と同じであるとする。

(1) 使用性指標 β からの載荷状態係数 r_S と反応係数 r_R

まず、群集載荷状態を対象に確率論的な考察の1つとして文献 7) で示した使用性指標 β を用いて各係数を求めることにする。使用性指標 β は次式で示される。ただし、 R や S として振動速度の二乗の値が用いられている。

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

μ_R : 感覚反応の平均値 ($=1.7^2 = 2.9 \text{ cm}^2/\text{s}^2$)

μ_S : 刺激の二乗分布の平均値

σ_R : 反応の標準偏差 ($=1.45 \text{ cm}^2/\text{s}^2$)

σ_S : 刺激の二乗の標準偏差

式 (14) の分母の平方根部分に線形化係数 α を用いて線形近似すると²⁶⁾,

$$(1 + \alpha \beta V_S) \mu_S = (1 - \alpha \beta V_R) \mu_R \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) において V_S は刺激の二乗の変動係数であり、歩行者がポアソン到着をするものとし、その平均到着数が λT であるとする、 $V_S = \sqrt{\lambda T/3}/0.5(\lambda T + 1)$ で表わされる。また、 V_R は反応の変動係数であり、 $V_R = \sigma_R/\mu_R = 0.5$ である⁷⁾。そして、刺激の二乗の平均値 μ_S は $\frac{\lambda T + 1}{2} A$ で表わされる。ここで、 A は文献 6), 7) で用いたように、正規分布とみなされる歩調分布から求められる1人分の外力スペクトルを用いて得られる刺激値であり、本論文で対象としている S^* が線スペクトルに対する応答値であることから、 A と S^* は次式の関係にある^{6), 7)}。

$$A \approx 0.4(S^*)^2 \dots\dots\dots (16)$$

したがって、平均値 μ_S は

$$\mu_S = \frac{\lambda T + 1}{2} \cdot 0.4(S^*)^2 \dots\dots\dots (17)$$

となる。これらの値をそれぞれ式 (15) に代入すると、

$$\begin{aligned} & \left(1 + \alpha \beta \sqrt{\frac{4\lambda T}{3(\lambda T + 1)^2}}\right) \frac{\lambda T + 1}{2} \cdot 0.4(S^*)^2 \\ & = (1 - 0.5\alpha\beta)(R^*)^2 \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

そこで、文献 7) において示した計算図表を用いて種々の A と λT に対する β の値と式 (18) における $\alpha\beta$ を求めた結果より、線形化係数 α として 0.85 を採用することによって線形化の近似度が最もよいことがわかった。このことから、 α として 0.85 を採用することにした。

以上より、式 (18) と式 (13) との対応から載荷状態係数 r_S と反応係数 r_R として次式が得られる。

$$\tau_s = \sqrt{\left(1 + \alpha\beta\sqrt{\frac{4\lambda T}{3(\lambda T + 1)^2}}\right) \frac{\lambda T + 1}{5}} \dots\dots (19)$$

$$\tau_R = \sqrt{1 - 0.5\alpha\beta} \dots\dots\dots (20)$$

ところで、これらの係数は群集載荷状態を前提としたものであり、そのためには同時に橋梁上に多くの歩行者がいることが必要である。著者としては、平均到着数 λT が5人以上であれば単独の載荷状態が生ずる確率は十分小さくなることから、上式での値が適用できるものと考えている。

(2) 歩行者数が少ないときの載荷状態係数 τ_s と反応係数 τ_R

歩行者数が少ないとき、歩調分布と相似な外力スペクトルを用いることは妥当性を欠くことになる。歩調の分布は変化がないにしてもそれが同時に載荷されないために広いスペクトルとはならず個々の歩行者がもつ歩調の線スペクトルの外力となる。

そこで、次のような仮定に基づく簡易計算によって望ましくない反応を示す率（反応率）を求め、(1)の値と整合することによって、係数 τ_s と τ_R を求めた。

仮定 1) 歩行者のうち p (共振比) の人の歩調が橋梁の固有振動数の共振域に入り、その人達が起こす振動をそれぞれ S^* とする。残りの $(1-p)$ の人の歩調は共振域からはずれ、振動にはほとんど関係しないものとする。

仮定 2) 歩行者はポアソン到着するものとし、共振する n 人が同時に橋梁上にいる場合の刺激の大きさは $\left\{1 + \frac{2}{\pi}(n-1)\right\}^{1/2} \cdot S^*$ とする。これは文献 7) と同様に n 人が集団でなく、橋梁上に広く分散していることを考えたものである。

仮定 3) 振動に対する反応としては、「少し歩きにくい」を対象とし、反応の分布形は振動速度の実効値にして平均 1.7 cm/s、標準偏差 0.6 cm/s の正規分布とする⁶⁾。

以上の仮定に基づき、種々の S^* と p の組合せに対し、 λT が 3, 5, 10 人の場合について反応率の計算を行うとともに式 (18) に $\beta=1.65$ (反応率 5%) と 1.3 (反応率 10%) を代入して各 λT に対する S^* を求めた。そして、 $\lambda T=3, 5, 10$ 人において同じ反応率に対する S^* が一致するような共振比 p を求めると約 0.25 が得られた。図-6 に $p=0.2$ と 0.3 の場合の S^* を示した。図-6 にあるように、 λT が 3~10 人の範囲において、ここでの結果と式 (18) による結果とが類似していることから、簡易計算のために設けた仮定はほぼ妥当なものであるといえる。

次に、共振比を $p=0.25$ とし、きわめて歩行者の少ない状態 ($\lambda T=0$) を考えた。この状態では複数載荷はないものとし、共振した歩行者が受ける刺激は S^* となる。そして、その歩行者が望ましくない反応を示す反

応率を、使用性指標 β に対応する反応率にするには反応係数 τ_R をどのような数値にするかを求めた。ただし、この場合の反応係数 τ_R は

$$\tau_R = 1 - k_R V_R \dots\dots\dots (21)$$

で定義し、 R^* としては反応の分布の平均値 1.7 cm/s をとるものとし、 $S^* = (1 - k_R V_R) R^*$ となるように k_R を求めた。その結果、目標反応率 $p_a=5\%$ ($\beta=1.65$) のとき $k_R=0.84$ 、10% ($\beta=1.3$) のとき $k_R=0.25$ が得られた。なお、 k_R は $\Phi^{-1}(p_a/p)$ で得られる。ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規確率分布関数である。

そして、このようにして得られた τ_R と $\lambda T=0$ ($\tau_s=1$ に対応) における S_0^* を用いて、種々の $\lambda T (\leq 10)$ に対する S^* をここで示した計算法で求めて、次式により τ_s を求めた。

$$\tau_s = S^*/S_0^* \dots\dots\dots (22)$$

その結果、 $\lambda T \leq 10$ の範囲で τ_s は次のような近似式で表わされることがわかった。

$$\tau_s \approx 1 + \frac{\lambda T}{6} \dots\dots\dots (23)$$

式 (23) による載荷状態係数 τ_s と式 (21) による反応係数 τ_R を用いて $\lambda T=5 \sim 10$ の範囲で S^* を求めてみると図-6 に示すように (1) の値と十分近い値となっており、ここで求めた τ_s, τ_R を用いて、近似的ではあるが振動使用性の照査ができるものと思われる。図-6 に各到着数 λT に対する S^* を示した。実線はここで求めた式 (23) の τ_s と式 (21) の τ_R を用いた値であり、破線は (1) で求めた式 (19) の τ_s 、式 (20) の τ_R を用いた値である。なお、 S^* は λT に対してほぼ連続した値となるが、載荷状態係数 τ_s や反応係数 τ_R

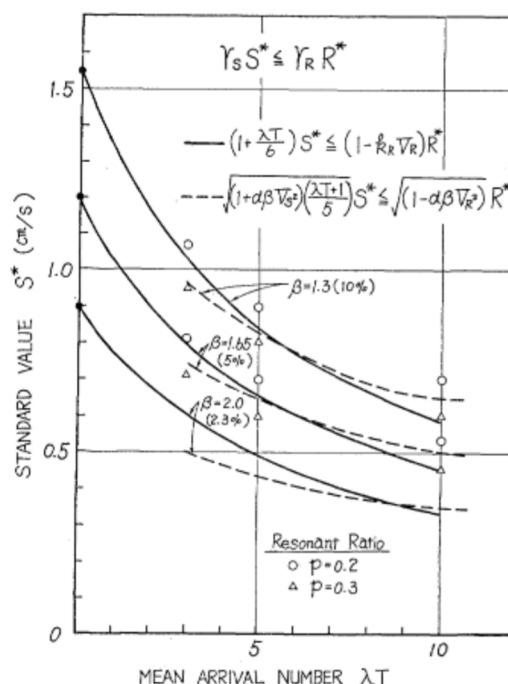


図-6 平均到着数に対する基準値 S^*

は(1)と(2)の方法で不連続となる。これは両者での計算において外力や刺激値、反応値などの取扱い方が異なっていることから生ずるが、現状としては S^* を重要視することから、やむを得ないであろう。

(3) 共振の可能性を考慮する振動数係数 r_f

歩行者による歩道橋の振動問題は一般に歩調との共振によって生じているといっても過言ではない。そして、その平均歩調は2歩/秒であり、変動係数にして約0.1程度のばらつきがある⁶⁾。あくまで確率論的な処理をするならば歩調との共振の可能性を考えるべきであろう。

そこで、本論文ではこれを橋梁の固有振動数による補正係数 r_f という形で導入し、基準値 S^* を補正することによって考慮することにした。(1),(2)での計算は橋梁の振動と歩調とが共振する可能性を平均歩調時と同じであるとしている。ところが、実際には歩調が平均歩調からはずれることによって共振する可能性は小さくなる。そこで、歩行者による外力パワースペクトル密度が歩調の確率密度関数を用いて表わされる⁶⁾ことから、ある歩調と平均歩調の発生確率の比の平方根を補正值とする。歩調が正規分布であるとしてその補正值を図-7の破線で示した。さらに実線で示したように単純化したものを振動数補正係数 r_f とした。しかし、固有振動数が平均歩調から離れるに従って、 r_f は小さな値となるが共振する歩行者は必ず存在するであろうことから、単独歩行者による刺激の基準値 S^* は r_s, r_f, r_R の値にか

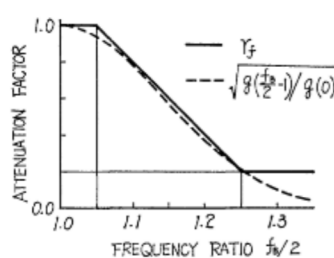


図-7 振動数による補正
[$g(\cdot)$ は標準正規確率密度関数である.]

同じレベルである。

以上、式(13)の各係数値を荷重状態によって分けて、まとめたのが表-2である。なお、特別な状態として考えた単独歩行者の場合は、これを確率論的に把握することが現在のところ困難であることから r_s, r_f, r_R はともに1.0とした。また、この状態での振動じょう限度の基準値 R^* としては「大いに歩きにくい」というカテゴリーの反応が生ずる50%値とした。なお、この値はIrwin²⁷⁾が暴風時の橋梁の動的応答値の上限として示している値に近いものである。

(4) 振動照査時の荷重条件

単独歩行者の外力振幅比 α_A については文献3)では体重の0.342倍を考慮しており、BS 5400⁸⁾と文献22)では0.257倍を明示しているが、この値は片脚が床面を押すときの増加分であり両脚の合成力では約0.42倍程度であることが文献22)に示されている。また、著者らの実験²¹⁾によると、この値は歩行速度に依存しているが、一般の歩行者の平均速度1.4m/sに対応する値として0.4倍を得ている。なお、Wheeler⁹⁾は図-8のように歩調に依存するとして扱っている。以上の値を参考にして歩行者に対しては0.4を、走る人に対しては図-8の破線で示した値を用いることにした。

また、移動速度については実例²¹⁾による平均値1.4m/sをとることとし、単独歩行者状態については最頻歩調である2歩/秒で平均速度と一致するように $0.7 f_B$ m/s を採用した。なお、走る人の速度については対象としているのが、いわゆるジョギングであることから表-2に示したように $1.4 f_B$ m/s (f_B が2Hzで約10km/h、4Hzで20km/h)とした。これらの数値についてはデー

表-2 各状態における係数値と荷重条件

荷重状態	単独歩行状態	群集載荷状態	単独歩行状態
適用振動数 f_B	1.0~3.0 Hz	1.0~3.0 Hz	2.0~4.0 Hz
振動じょう限の基準値 R^*	1.7 cm/s(RMS) (少し歩きにくい)		2.7 cm/s(RMS) (大いに歩きにくい)
反応係数 r_R	$1 - k_R V_R$	$\lambda T \leq 5$: $1 - k_R V_R$ $\lambda T > 5$: $\sqrt{1 - \alpha \beta V_R^2}$	1.0
目標とする確率・指標値 p_a, β_d	5~10%	5~10%, 1.65~1.3	考慮しない
歩(走)行者数	1人	設計到着率 λ 人/秒	1人
載荷状態係数 r_s $T = l/v$	1.0	$\lambda T \leq 5$: $1 + \frac{\lambda T}{6}$ $\lambda T > 5$: $\sqrt{(1 + \alpha \beta V_s^2) \frac{\lambda T + 1}{5}}$	1.0
刺激を求めるときの外力振幅 f_0 (W_B : 体重)	0.4 W_B		$f_B = \begin{cases} 2.0 \text{ Hz } 0.4 W_B \\ 2.5 \text{ Hz } 1.0 W_B \\ 3.0 \text{ Hz } 1.6 W_B \\ 4.0 \text{ Hz } 2.0 W_B \end{cases}$ f_B の途中は直線近似
歩(走)行速度 v	0.7 f_B m/s	1.4 m/s	1.4 f_B m/s
振動数係数 r_f	$\sqrt{g\left(\frac{f_B}{2} - 1\right) / g(0)}$, ただし $S^* \leq R^*$		1.0
備考	$V_R = 0.35, V_R^2 = 0.5, \alpha = 0.85, g(\cdot)$: 標準正規確率密度関数 $V_s^2 = \sqrt{\frac{4 \lambda T}{3(\lambda T + 1)}}$, $k_R = 0.84(5\%), 0.25(10\%)$		

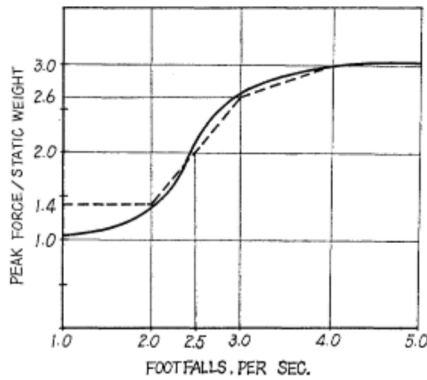


図-8 歩調と衝撃外力
(実線は文献 9) より引用)

タの収集によって、より正確に把握する必要がある。

5. 設計活荷重による最大たわみ制限に対する考察と振動使用性レベルとのキャリブレーションの一例

ここで、本論文で提案した照査方法のうちの1つである単独歩行状態での照査と設計活荷重による最大たわみ制限との関係を求めてみる。

単独歩行状態であるので、荷重状態係数は $r_s=1.0$ であり、また、ここでは振動数係数は $r_f=1.0$ とする。この場合、照査式は次式で表わされる。

$$S^* = r_T S_{\max} \leq R^{**} = (1 - k_R V_R) R^* \dots (24)$$

ここで、 $y_{1,\max}$ は動的応答係数 ϕ を用いる式 (8) により求めることにすると振動速度の最大応答値 $S_{\max}$ は

$$S_{\max} = \omega_1 K y_s \phi \dots (25)$$

で表わされる。減衰定数を $h=0.005$ とすると図-4の ϕ はほぼ次式で示される。

$$\phi \approx 1.07 l^{0.7} \dots (26)$$

そして、1人の歩行者荷重 P による最大たわみ y_s と設計活荷重 q_L との関係は

$$y_s = \frac{\chi P}{\alpha_D q_L} \dots (27)$$

となる。

ここに、

q_L : 単位長さ当たりの設計活荷重、現行では幅員を $B(\text{m})$ とすると $3.5 B \text{ kgf/cm}$ ($3.43 B \text{ kN/m}$)

α_D : 主スパン長/活荷重による最大たわみ値

χ : P の荷重点 (X) の静たわみの影響線距離/等分布活荷重の荷重範囲 ($x_1 \sim x_2$) の X 点のたわみの影響線距離の平均。これを式で表わ

すと、次式となる。

$$\chi = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n^2} \phi_n^2(X)}{\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n^2} \phi_n(X) \int_{x_1}^{x_2} \phi_n(x) dx \right] / (x_2 - x_1)} \dots (28)$$

式 (26), (27) を式 (24) に代入すると照査式は次式で表わされる。

$$r_T (2\pi f_B) \frac{\chi P}{\alpha_D q_L} K \times 1.07 l^{0.7} \leq R^{**} \dots (29)$$

ここで、 $r_T=0.3$, $P=60 \text{ kgf}$ (0.588 kN), $q_L=3.5 B \text{ kgf/cm}$ とし、幅員を仮に 2 m であるとする、式 (29) は次のように変形される。

$$\alpha_D \geq \frac{17.3 f_B}{R^{**}} \chi K l^{0.7} \dots (30)$$

さらに、1次振動数が次式のようにスパン長 $l(\text{m})$ の関数として表わされる⁹⁾ とすると

$$f_B = 36.46 l^{-0.73} \dots (31)$$

式 (30) は、結局次のようになる。

$$\alpha_D \geq \frac{630}{R^{**}} \chi K l^{-0.03} \dots (32)$$

ところが、 $l^{0.03}$ は実際のスパン長の範囲でほぼ 1.1 とみなしてよい。そして、 χ , K は歩道橋の構造形式によって定まる数値である。このことから、構造形式と使用性のレベルが定まれば、式 (32) によってたわみ制限値 α_D が得られることになる。そこで、単純桁橋と連続桁橋について種々の使用性レベル R^{**} に対して必要となる α_D を求め、表-3に示した。表-3より、立体横断施設技術基準²⁾にあるたわみ制限値 $\alpha_D=400$ あるいは 600 が橋梁形式によって多少異なるが、5~10% 程度の使用性レベルに対応していることがわかる。このことは、現行のたわみ制限によって振動使用性が保たれてきたと考えるならば、振動使用性のレベルとして 5~10% を採用するのが妥当であるといえる。BS 5400⁸⁾ も単独歩行状態であることから同様な計算を行うと、単純桁ではほぼ $\alpha_D \geq 500$ であり、やはり BS 5400 の振動照査もたわみ制限と結果的にはほぼ同じ規定であるといえよう。ところが、限界状態設計法としては限界状態が明確であることが重要であることから、たとえ結果的に同じであるとしても、たわみ制限よりも直接的な振動制限の

表-3 各橋梁形式におけるたわみ比制限値と振動基準値

橋梁形式	K	χ	たわみ比制限値 α_D			振動基準値 $R^{**}(\text{cm/s})$	
			$R^{**}=1.2 \text{ cm/s}$	1.55 cm/s	1.7 cm/s	$\alpha_D=400$	$\alpha_D=600$
単 純 桁	1.0	1.57	723	560	510	2.17	1.45
等 2 径間連続桁	0.71	1.60	524	405	370	1.57	1.05
等 3 径間連続桁	0.58	1.63	436	337	308	1.31	0.87
3 径間連続桁 (側径間比 0.8)	0.76	1.64	574	445	405	1.72	1.15
3 径間連続桁 (側径間比 0.6)	0.85	1.69	662	513	467	1.99	1.32

方が望ましいであろう。

しかし、ここでの結果は単独歩行状態という歩行者が少ない場合の結果であり、歩行者の到着数が多い場合には、このことは必ずしも成立しないし、また、式(31)で示した振動数の近似式が成り立つ場合のものであり、多くの実測データが収集されればより確かなものとなるであろう。

6. 振動照査の手順

3. において単独歩行時の歩道橋の動的応答解析について述べ、4. においてはその応答量に基づく振動使用性照査法について考えた。そして、5. においては現行

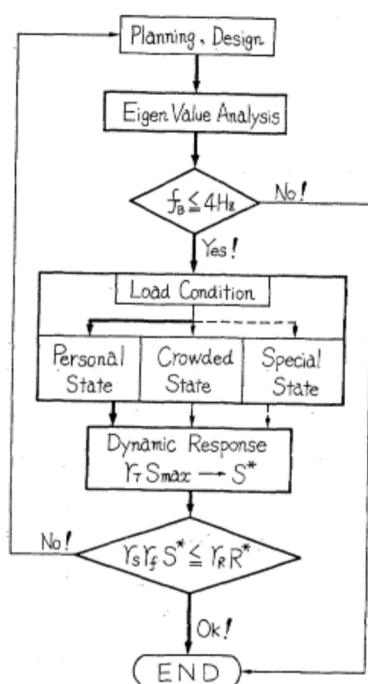


図9 振動照査のフローチャート

が1~3 Hzであると歩行者の歩調と共振する可能性があり、歩行者の通行量にかかわらずに、まず単独歩行状態の照査を行うことになる。

(3) 通行量が多くなる可能性がある場合、その通行量に従って群集載荷状態の照査を行う。この場合、設計到着率 λ 人/秒のとり方は一律に決められるものではなく、それぞれの橋梁において決められるべきであろう。そこで、特に根拠があるわけではないが、1日のうちの最大時間交通量から算出する数値程度が1つの目安となるものと思われる。

(4) 次に、何次の振動であろうと固有振動数が2~4 Hzにある場合、走る人の走行ピッチと固有振動数が近くなると大きな振動をすることを経験する。そのためには、単独走行状態の照査を行う必要がある。

以上の(2)~(4)の3つの荷重状態に対して表2を

のたわみ制限とのキャリブレーションから、どの程度の使用性レベルが必要であるかについて述べた。ここで、その照査の流れをまとめると図9に示すような流れ図となる。

(1) まず、固有振動数と固有振動モードを求め、1次振動数が4 Hz以上であれば歩行者のもつ周期外力と共振する可能性はほとんどなく照査の必要はないであろう。

(2) 1次振動数

参考にして、それぞれ振動速度の最大応答値 $S_{\max}$ を応答スペクトル $[R_D]$ 、あるいは動的応答係数 ϕ を用いて求め、各係数 r_T, r_S, r_f, r_R に対して照査式 $r_S r_f S^* \leq r_R R^*$ を満たすか否かを調べることとなる。なお、各係数のうち載荷状態係数 r_S に影響する λ と、どのようなレベルに使用性を設定するかによる反応係数 r_R については照査に入る前に決めておく必要がある。したがって、実際の照査では $r_f S^*$ の値を $r_R R^*/r_S$ 以下となるように繰り返すことになる。

7. あとがき

国際的なすう勢として限界状態設計法が主流になりつつある現在、いろいろな構造物の設計分野で、その体系を整備する努力が続けられている^{28), 29)}。本論文では、歩道橋の振動感覚からみた振動限界状態に対する照査法を提案した。その骨子は最も単純な荷重状態である単独歩行者による動的応答値を求め、その値を基準としての設計係数を求めることによって振動限界状態を照査するものである。BS 5400 では単独歩行者による照査のみで終わっているが、日本での実状を考えると、橋梁によっては複数載荷を考えざるを得ないであろう。本論文が、歩道橋の振動問題を考えるとき参考になれば幸いである。

最後に、本研究の内容は、この種の問題に興味をもっておられる多くの方々と議論から生まれたものであり、関係諸氏に対し謝意を表すとともに、図面のトレースに協力いただいた金沢大学工学部の井原朋美技官に感謝します。

参考文献

- 1) 佐藤：立体横断施設技術基準の改正、橋梁と基礎、11巻3号、pp. 12~17, 1977.
- 2) 日本道路協会：立体横断施設技術基準・同解説、pp. 35~37, 1979.
- 3) 松本・佐藤・西岡・塩尻：歩行者の特性を考慮した歩道橋の動的設計に関する研究、土木学会論文報告集、第205号、pp. 63~70, 1972.
- 4) Matsumoto, Y., T. Nishioka, H. Shiojiri and K. Matsuzaki: Dynamic design of footbridges, IABSE Proceedings, P 17/78, pp. 1~15, 1978.
- 5) 松崎・西岡・松本：歩道橋に取り付けた吸振器の効果について、土木学会論文報告集、第261号、pp. 129~131, 1977.
- 6) 梶川・小堀：動的応答から見た歩道橋の使用性に関する確率論的考察、土木学会論文報告集、第266号、pp. 51~61, 1977.
- 7) 梶川・小堀：振動感覚を考慮した歩道橋の確率論的設計、土木学会論文報告集、第285号、pp. 29~36, 1979.
- 8) BSI: Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 2. Specification for loads, 7.1.5 Vibration serviceability, BS 5400, 1978.
- 9) Wheeler, J.E.: Pedestrian-induced vibration in footbridges, Proc. of 10th Australian Road Research

- Board Conference, Part 3, pp. 21~35, 1980.
- 10) Leonard, D.R. : Human tolerance levels for bridge vibrations, Ministry of Transport RRL, Report No. 34, Road Research Laboratory, 1966.
 - 11) 西村・佐々木・牛尾 : 梅新東歩道橋の振動実験, 橋梁と基礎, 5巻8号, pp. 16~20, 1971.
 - 12) Scatazzini, P. : Vibration tests on the Bircherweit foot-bridge, I.C.E. monthly, Vol. 4, No. 2, pp. 189~192, 1971/1972.
 - 13) 牛尾・南条 : 歩道橋の振動に関する諸問題, 日立造船技報, 33巻3号, pp. 28~33, 1972.
 - 14) Nishiwaki, T. and M. Hoshiya : Quantitative analysis of psychological response against vibration in bridge design, Symposium of IABSE, pp. 143~148, 1975.
 - 15) 西脇 : 歩道橋における振動感覚の数量化と設計への応用, 土木学会論文報告集, 第257号, pp. 1~12, 1977.
 - 16) 梶川・多田・坂野・坂井 : 白川側道橋の設計, 施工, 調査, 橋梁と基礎, 12巻4号, pp. 28~33, 1978.
 - 17) 加藤・日種・松村・黒山・寺西 : 川崎橋の設計と施工, 橋梁と基礎, 12巻11号, pp. 8~16, 12号, pp. 38~45, 1978.
 - 18) 二宮・加藤・日種・松村 : 川崎橋(自転車, 歩行者専用斜張橋)の設計, 土木学会誌, 64巻2号, pp. 2~9, 1979.
 - 19) 渡辺・日種・石田・木本・南条 : 南港歩行者専用道橋(3径間連続斜張橋)の設計, 橋梁と基礎, 15巻1号, pp. 1~8, 1981.
 - 20) 遠藤・池田・平林・川崎 : アルバカーキ橋(ニールセン型式歩道橋)の計画と施工, 橋梁と基礎, 15巻2号, pp. 2~9, 1981.
 - 21) 小堀・梶川・城戸 : 振動感覚を考慮した歩道橋の設計, 橋梁と基礎, 8巻12号, pp. 23~29, 1974.
 - 22) Blanchard, J., B.L. Davis and J.W. Smith : Design Criteria and Analysis for Dynamic Loading of foot-bridges, UK. TRRL Report SR. 275, 1977.
 - 23) 小堀・梶川 : 橋梁振動の人間工学的評価法, 土木学会論文報告集, 第230号, pp. 23~31, 1974.
 - 24) 梶川・岡田・小堀 : 振動と人間 I 振動の人体への影響, 橋梁と基礎, 13巻6号, pp. 36~42, 7号, pp. 44~46, 1979.
梶川・小堀・岡田 : 振動と人間 II 橋梁振動の評価, 橋梁と基礎, 13巻8号, pp. 37~41, 9号, pp. 44~47, 1979.
 - 25) 平井 : 結合法による弾性支承を有する連続ばりの動的解析, 土木学会論文集, 第104号, pp. 1~8, 1964.
 - 26) Lind, N.C. : Consistent partial safety factor, Proc. of ASCE, ST. Div. Vol. 97, No. ST 6, pp. 1651~1669, 1971.
 - 27) Irwin, A.W. : Human response to dynamic motion of structures, Structural Engineer, Vol. 56 A, No. 9, pp. 237~244, 1978.
 - 28) 構造工学委員会構造物安全性小委員会 : 安全性照査のための構造設計基準 策定のためのガイドライン案について, 土木学会誌, 第65巻10号, pp. 69~76, 1980.
 - 29) コンクリート委員会終局強度設計小委員会 : コンクリート構造の限界状態設計法試案, コンクリートライブラリー, 第48号, 土木学会, 1981.

(1981.10.26・受付)