

論文・報告

桁橋の鉛直たわみ基本固有振動数を推定するための実用算定式

A Simplified Method for Estimating Fundamental Natural Frequency
Corresponding to Vertical Mode of Girder Bridges

米田 昌弘*
Masahiro YONEDA

宮地 真一**
Shin-ichi MIYACHI

In recent years, continuous box girder bridges with long span length have constructed because of the remarkable progress of computers and advances in design and construction techniques. Therefore, it will be necessary for the girder bridges as well as cable supported bridges to estimate the fundamental natural frequency corresponding to vertical mode important for examining the dynamic response to wind or moving vehicles.

In this paper, a simplified method for estimating fundamental natural frequency corresponding to vertical mode of girder bridges with various support conditions is proposed for the initial stage of dynamic design. Numerical examples are also worked out to demonstrate the efficiency of the proposed method.

Keywords : fundamental natural frequency, girder bridges, simplified method, dynamic design

1. まえがき

単純桁や連続桁は最も一般的な橋梁形式であり、周知のごとく従来より歩道橋や側道橋などの人道橋ならびに都市内の高架橋に適用されている。一方、高強度材料の使用や設計・架設および解析手法の進歩をはじめとした近年における橋梁技術の進展は目覚ましく、連続形式の鋼箱桁橋について言えば、最大級のものはすでに中央支間長が200 mを超えるに至っており、桁橋は従来の小スパンから200 mを超える比較的大きなスパンまでの幅広い範囲に適用される形式として認識されつつある。

人道橋や都市内の高架橋では、歩行者や走行車両による振動問題に対する検討が重要であり、たとえば人道橋に対しては、立体横断施設技術基準¹⁾にたわみ固有振動数を歩行者の歩調域である2 Hz前後(1.5 Hz~2.3 Hz)とならないよう明記されている。一方、連続鋼箱桁橋の長大化に伴い、桁橋においても風による動的耐風性について検討する機会も増加しつつあり、この場合には道路橋耐風設計便覧²⁾の適用が望まれる。

これらの基準ならびに便覧を用いれば、初期の設計段階から、歩行者や風による振動問題などについての概略検討を行えるが、その適用にあたっては固有振動数が必要となる。電子計算機の発達した現在では、重量や剛性

が橋軸方向に変化した桁橋でも、離散系モデルに置換し固有振動解析に必要な構造諸元や支承条件を正確に与えればかなり厳密な固有振動数を計算できる。しかしながら、これらの基準ならびに便覧では、設計技術者の誰もが使用できることを背景としており、その適用にあたっての固有振動解析を義務づけるには至っていない。

それゆえ、各種振動問題の概略検討段階における実務設計者による適用や、構造諸元がほぼ確定した設計段階で実施した固有振動解析結果の概略照査、さらには解析結果に対する工学的な判断能力を高める意味からも、桁橋について固有振動数の簡易推定法を提示することは意義のあることと考えられ、今までにも種々の推定法が提案されている。

たとえば、久保・宮田³⁾は、動的3連モーメント法を用いて等側径間を有する3径間連続桁のたわみ基本固有振動数の簡易推定式を、また、小堀・梶川⁴⁾、加藤・島田⁵⁾、川谷・嶋田⁶⁾らはそれぞれ最大支間長の関数として桁橋の鉛直たわみ基本固有振動数の推定式を提示している。しかしながら、文献3)を除いてこれらは最大支間長の関数として与えられていることから、推定誤差のばらつきが大きくなる可能性があり、また、歩行時や車両の1台走行時のような比較的小さい振幅域で可動支承部が設計条件どおりの挙動を示さない可能性がある場合については

*川田工業㈱技術本部振動研究室室長 **川田工業㈱技術本部振動研究室

適用できない。

これに対して、道路橋耐風設計便覧²⁾では、活荷重変位が求められていない場合には従来の中央支間長の関数として、また、活荷重変位が求められている場合には、荷重強度と活荷重変位を用いる推定法をそれぞれ提示している。このうち、後者の方法は推定精度が非常に高いと考えられるものの、当然のことながらその適用にあたっては活荷重変位が算出されている場合に限定され、また、可動支承部が設計条件どおりの挙動を示さない場合の検討では、離散系モデルを用いた静的解析を実施して活荷重変位を算出しなければならない。

このような現状を踏まえ、本文では、設計技術者の誰もが卓上計算機のみで使用で、可動支承部が拘束された場合にも適用できる、単純桁ならびに2径間および3径間連続桁の鉛直たわみ基本固有振動数を推定するための実用算定式を提案する。提案した実用算定式は、固有振動解析結果に対して概略照査をも十分に行える精度を有しており、実務上の有用性は非常に高いものである。なお、本論文はすでに報告済⁷⁾である。

2. 道路橋耐風設計便覧での推定式

道路橋耐風設計便覧²⁾では、支間長200 m以下の道路橋を対象として鉛直たわみ基本固有振動数 f_h の推定式を以下のように与えている。

活荷重変位が求められていない場合

$$f_h = \frac{100}{L} \quad \dots\dots\dots(1)$$

活荷重変位が求められている場合

$$f_h = \begin{cases} 0.56 \cdot \sqrt{\frac{w_L}{\eta_L \cdot w_b}} & \text{(最長支間が1つの場合)} \\ 0.47 \cdot \sqrt{\frac{w_L}{\eta_L \cdot w_b}} & \text{(最長支間が2つの場合、および最長支間に次ぐ長さの支間長が0.9L以上の場合)} \end{cases} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 η_L は衝撃および温度変化の影響を含まない最大活荷重たわみ(m)、 w_b は主径間の死荷重強度(tf/m)である。また、 w_L は換算等分布活荷重(tf/m)であり、 q を等分布荷重(tf/m)、 P を線荷重(tf)、 L を最大支間長(m)とすれば、次式で与えられる。

$$w_L = q(1 + 8P/5qL) \quad \dots\dots\dots(3)$$

式(2)は活荷重変位を用いることから、精度の高い汎用的な推定式と考えられる。そこで、4章では上述の式(2)と次章で提示する実用算定式についてそれぞれ同一モデルに対する数値計算例を示し、本提案式の有用性につい

て検討する。

3. 提案する鉛直たわみ基本固有振動数を推定するための実用算定式

(1) 可動支承が設計条件どおりの挙動を示す場合

支承が設計条件どおりの挙動を示す場合、文献8)で示唆したように、2径間および3径間連続桁の鉛直たわみ基本固有振動数(対称1次振動数)は、これらと全長が等しい単純桁の鉛直たわみ基本固有振動数算定式に振動数の上昇を表す補正係数 $C_V(L_S/L_T)$ を乗ずれば計算できる。

$$f_h = \frac{\pi}{2L_T^2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot EI_{eq}}{w_{eq}}} \cdot C_V(L_S/L_T) \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 f_h は2径間および3径間連続桁の鉛直たわみ基本固有振動数、 g は重力加速度、 L_T は連続桁(中間支点を除去した場合の単純桁)の全長、 L_S は側支間長である。 I_{eq} と w_{eq} はそれぞれ従来から知られている等価断面2次モーメントと単位長さ当たりの等価重量であり、図-1に示すような振動モード形状を仮定した場合、次式で計算できる。

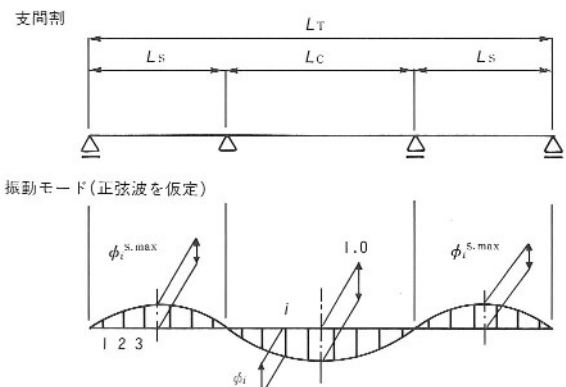


図-1 振動モードの仮定

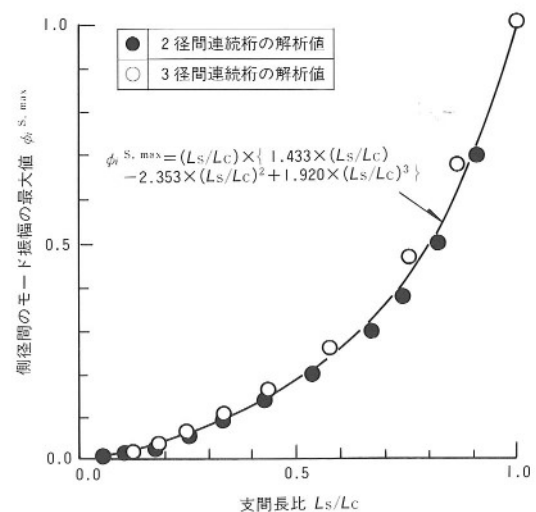


図-2 側径間のモード振幅の最大値
(主径間のモード振幅を1.0とした場合)

$$I_{eq} = \sum_{i=1}^n I_i \cdot \phi_i^2 / \sum_{i=1}^n \phi_i^2 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$w_{eq} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \phi_i^2 / \sum_{i=1}^n \phi_i^2 \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに、主径間のモード振幅の最大値を1.0とした場合、側径間のモード振幅の最大値 $\phi_i^{s,max}$ は、図-2に示す結果より、

$$\phi_i^{s,max} = (L_s/L_c) \{1.433 \times (L_s/L_c) - 2.353 \times (L_s/L_c)^2 + 1.920 \times (L_s/L_c)^3\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

で与えられる。

振動数の倍率を表す補正係数 $C_v(L_s/L_T)$ の具体的な数値は、固有振動解析によって得られた、2径間および3径間連続桁ならびにこれらと全長が等しい単純桁の鉛直たわみ基本固有振動数(対称1次振動数)の比較から算出することとした。 L_s/L_T と補正係数 $C_v(L_s/L_T)$ の関係を図-3に示す。図-3より、2径間および3径間連続桁に対する補正係数 $C_v(L_s/L_T)$ は、それぞれ次式を用いて計算すれば良いことがわかる。

2径間連続桁

$$C_v(L_s/L_T) = 1.492 + 4.761 \times (L_s/L_T) - 23.18 \times (L_s/L_T)^2 + 99.01 \times (L_s/L_T)^3 - 102.6 \times (L_s/L_T)^4 \quad (0.1 \leq L_s/L_T \leq 0.50) \quad \dots\dots\dots(8)$$

3径間連続桁

$$C_v(L_s/L_T) = 1.974 + 22.39 \times (L_s/L_T) - 219.8 \times (L_s/L_T)^2 + 1249.0 \times (L_s/L_T)^3 - 1792.0 \times (L_s/L_T)^4 \quad (0.1 \leq L_s/L_T \leq 0.333) \quad \dots\dots\dots(9)$$

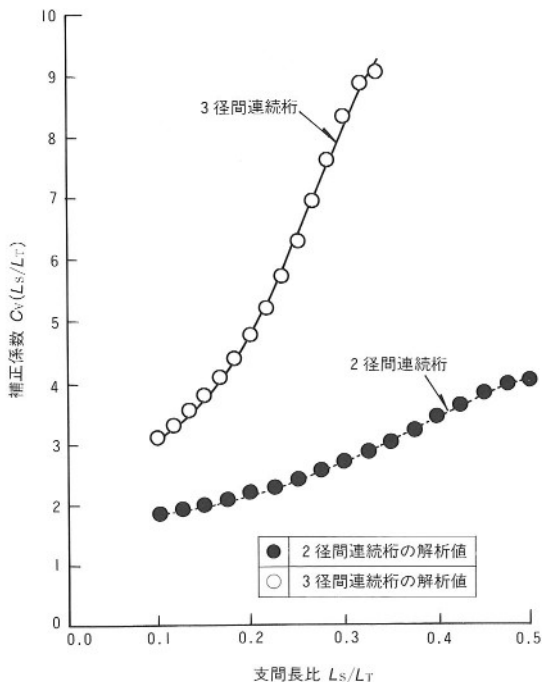


図-3 L_s/L_T と補正係数 $C_v(L_s/L_T)$ の関係

なお、詳細は省略するが、3径間連続桁において、側支間長 L_{s1} 、 L_{s2} が $L_{s1} \neq L_{s2}$ ($L_{s2} > L_{s1}$)の場合、 $L_{s2}/L_{s1} \leq 1.4$ なる範囲までは $L_s = (L_{s1} + L_{s2})/2$ として式(9)を適用しても最大の誤差は15%程度以内にあったことを述べておきたい。

(2) 可動支承部の水平移動が拘束された場合

実橋の可動支承部には鉛直反力に比例するクーロン摩擦が作用し、一般に微小振動時においては回転方向には可動するものの水平方向には設計条件どおりの挙動を示さないことが多いことも知られている⁹⁾。そこで、以下に示す無次元パラメータ P_s を導入し、可動支承部の水平移動が拘束された場合の影響について検討する。

$$P_s = A \times h^2 / I_{eq} \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 A は主桁の断面積、 h は主桁の中立軸から可動支承部までの高さを表す。なお、この無次元パラメータ P_s は、図-4に示すように連続桁において1径間部分のみを取り出し、鉛直方向に等分布荷重を載荷した場合の可動支承部での水平移動量 a と可動支承部の水平移動を拘束した場合に発生する水平力に起因した主桁の橋軸方向変形量 b の比 a/b から算出したものである。

可動支承部の水平方向の移動を拘束した場合の基本固有振動数は、当然のことながら、式(4)で計算した値よりも大きくなる。そこで、可動支承部の水平方向の移動を拘束したことによる寄与を補正係数 $C_s(P_s)$ で表現できるものとすれば、この場合の鉛直たわみ基本固有振動数は次式で推定できることになる。

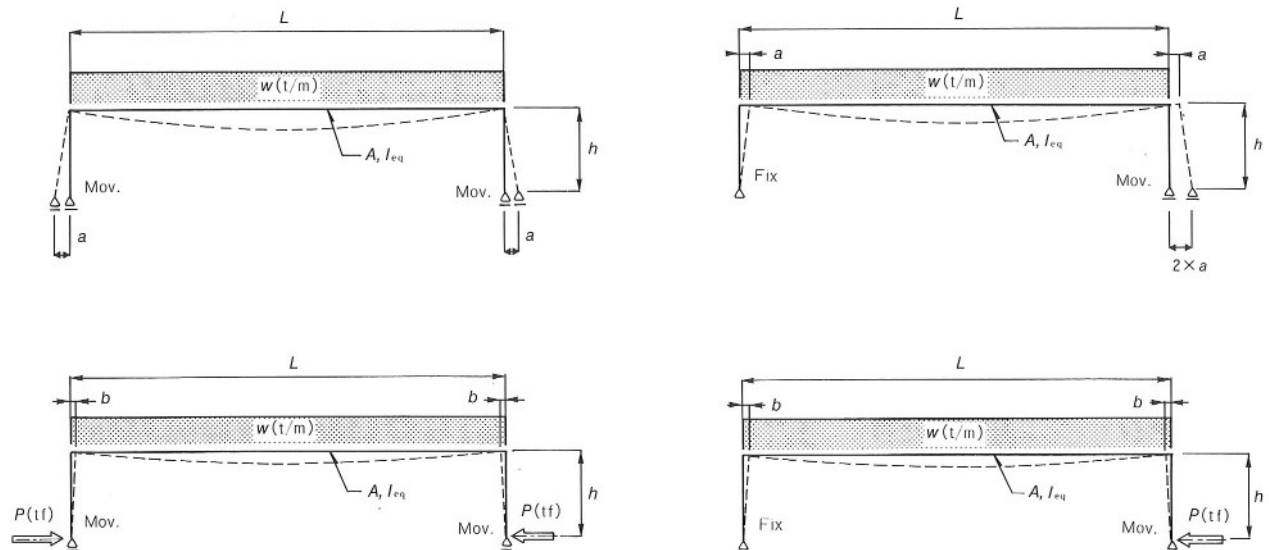
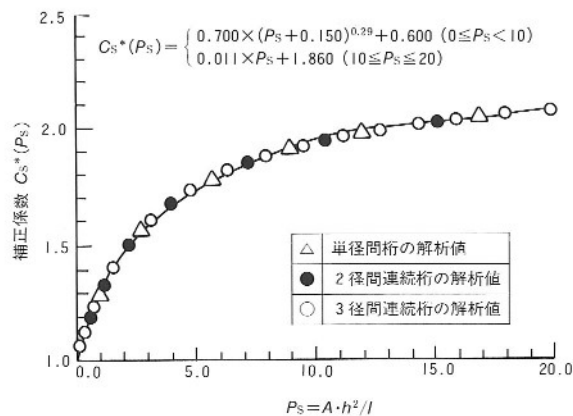
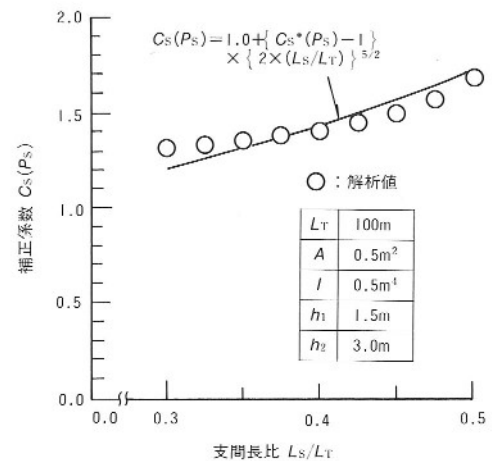
$$f_h = \frac{\pi}{2 L_T^2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot E I_{eq}}{w_{eq}}} \cdot C_v(L_s/L_T) \cdot C_s(P_s) \quad \dots\dots\dots(11)$$

補正係数 $C_s(P_s)$ の具体的な数値については以下のよう算定することとした。

まず、等径間でかつ主桁の中立軸から可動支承部までの高さ h が各支承部で等しい2径間および3径間連続桁モデルを考え、すべての可動支承部で水平移動が拘束された場合の固有振動解析結果と設計条件どおりに可動支承部が水平方向に移動すると考えた場合の固有振動解析結果との比較から、補正係数 $C_s^*(P_s)$ を算定した。パラメータ P_s と補正係数 $C_s^*(P_s)$ の関係を図-5に示す。図-5より、等径間の2径間および3径間連続桁の補正係数 $C_s^*(P_s)$ は、次式を用いて計算すれば良いことがわかる。

$$C_s^*(P_s) = \begin{cases} 0.700 \times (P_s + 0.150)^{0.29} + 0.600 & (0 \leq P_s < 10) \\ 0.011 \times P_s + 1.860 & (10 \leq P_s \leq 20) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(12)$$

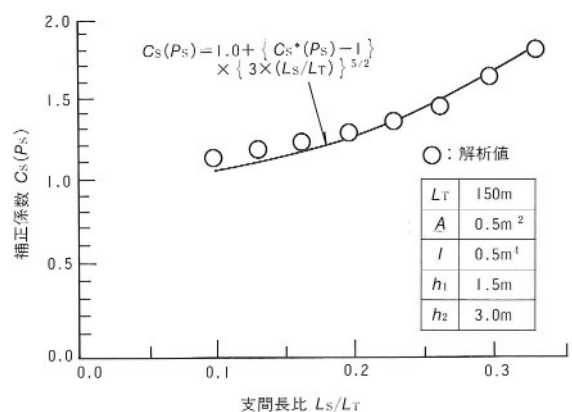
なお、図-5には単純桁に対する結果も付記しているが、同図より、単純桁において可動支承部の水平移動が拘束された場合にも同様に式(12)で振動数の上昇を評価で

図-4 無次元パラメータ P_s の算出方法図-5 パラメータ P_s と補正係数 $C_s^*(P_s)$ の関係
(等支間とした場合)図-6 L_s/L_T と補正係数 $C_s(P_s)$ の関係
(2径間連続桁)

きることがわかる。すなわち、可動支承部の水平移動が拘束された場合の単純桁の鉛直たわみ基本固有振動数は、両端単純支持とした単純桁の固有振動数に式(12)から算出した補正係数 $C_s^*(P_s)$ を乗ずれば計算できる。また、2径間および3径間連続桁において、主桁の中立軸から可動支承部までの高さが h_1 、 h_2 のように相違するような場合には、 h_1 と h_2 の平均値 $(h_1 + h_2)/2$ を新たに h として式(11)、(12)をそれぞれ適用すれば良いことも述べておきたい。

次に、等径間でない場合の補正係数 $C_s(P_s)$ について考察する。一例として、固有振動解析結果の比較より算出した、等径間でない2径間ならびに3径間連続桁に対する L_s/L_T と補正係数 $C_s(P_s)$ の関係を図-6、7に示す。これらの図および補足的に実施したその他の検討ケースの結果より、等径間でない場合の補正係数 $C_s(P_s)$ は次式を適用すれば良いことがわかった。

$$C_s(P_s) = 1.0 + \{ C_s^*(P_s) - 1.0 \} \times \{ n \times (L_s/L_T) \}^{5/2} \quad \dots\dots\dots(13)$$

図-7 L_s/L_T と補正係数 $C_s(P_s)$ の関係
(3径間連続桁)

ここに、 n は径間数を表し、2径間連続桁と3径間連続桁ではそれぞれ $n = 2$ 、 $n = 3$ となる。また、単純桁では L_s/L_T なる項を無視して $C_s(P_s) = C_s^*(P_s)$ とすれば良く、等径間とした場合にも式(13)は $C_s(P_s) = C_s^*(P_s)$ となる。そ

れゆえ、可動支承部の水平方向の移動を拘束したことによる寄与を表す補正係数 $C_s(P_s)$ は、単純桁の場合や等径間の場合も含め、式(13)より算出すれば良い。

なお、通常の場合ほとんど有り得ないが、可動支承部の回転を拘束した場合の鉛直たわみ基本固有振動数は、両端固定ばりの算定式で計算できることも付記しておきたい。

4. 数値計算例

数値計算では、図-8、9に示す2径間および3径間連続桁モデルをそれぞれ対象とすることにした。これらのモデルにおいて、まず、曲げ剛性と単位長さ当たりの重量が図-10に示すように変化するものと仮定してその組合せをそれぞれの検討ケースとし、実用算定式を適用する際に必要となる等価断面2次モーメント I_{eq} と等価重量 w_{eq} を式(5)、(6)より計算した。その結果を表-1に示す。

支承が設計条件どおりの挙動を示すとした場合（1カ所が回転支点、その他は可動支点とした場合）および可動支承部の水平方向の移動が拘束された場合（すべての支承を回転支点とした場合）の固有振動解析結果と提案した実用算定式による推定値を比較してそれぞれ表-2、3に示す。これらの結果より、最大で10%程度の誤差はあるものの、実用算定式による鉛直たわみ基本固有振動数の推定値は固有振動解析結果と良く一致していること

が理解できよう。

一方、道路橋耐風設計便覧で活荷重変位が求められている場合の推定式である式(2)の推定精度についても同様に検討することにした。支承が設計条件どおりの挙動を示す場合および可動支承部の水平方向の移動が拘束された場合の固有振動解析結果と式(2)による推定値を比較してそれぞれ表-4、5に示す。ここに、支承が設計条件どおりの挙動を示す場合の推定値は、表-1の等価断面2次モーメント I_{eq} と文献10)を利用して活荷重変位を計算し、得られた活荷重変位と等価重量 w_{eq} を式(2)に代入して算定した。また、可動支承部の水平方向の移動が拘束された場合の推定値は、断面2次モーメントの変化を忠実に考慮した平面構造解析より活荷重変位を計算し、得られた活荷重変位と等価重量 w_{eq} を式(2)に代入して算定した。

表-4、5より、当然のことながら、道路橋耐風設計便覧で活荷重変位が求められている場合に対応する推定式も、比較的精度良く鉛直たわみ基本固有振動数を推定していることがわかる。しかしながら、表-2と表-4および表-3と表-5の比較より、本文で提案した実用算定式は耐風設計便覧式と同程度以上の高い精度で鉛直たわみ基本固有振動数を推定していることが理解できよう。それゆえ、本算定式は、活荷重変位が得られていない場合や可動支承が設計条件どおりの挙動を示さない場合にお

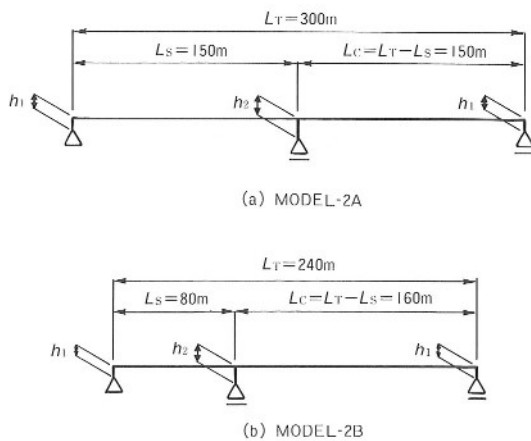


図-8 数値計算例で対象とした2径間連続桁モデル

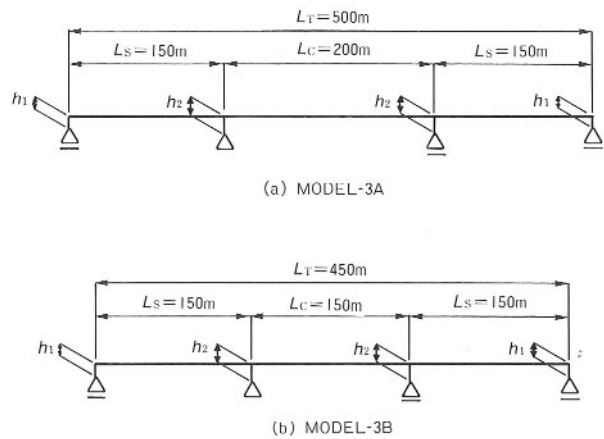


図-9 数値計算例で対象とした3径間連続桁モデル

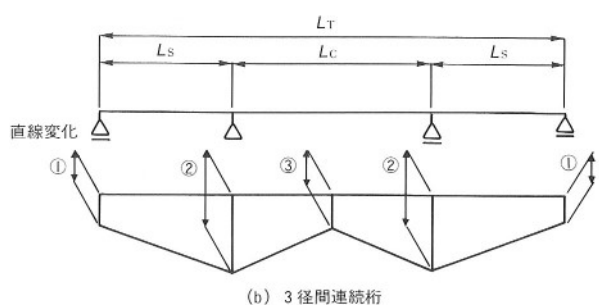
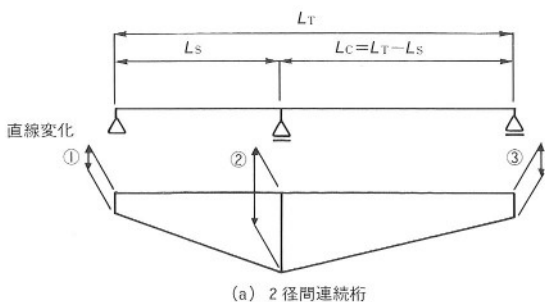


図-10 桁剛性と単位長さ当たりの重量の分布形状の仮定

表-1 2径間および3径間連続桁モデルの等価断面2次モーメント I_{eq} と等価重量 w_{eq}

	ケース	断面2次モーメントの設定値 (m ⁴)			重量の設定値 (tf/m)			I_{eq} (m ⁴)	w_{eq} (tf/m)
		①	②	③	①	②	③		
2径間連続桁	2A-1	2.000	12.000	2.000	12.000	18.000	12.000	7.000	15.000
	2A-2	1.500	8.500	1.500	8.000	12.000	8.000	5.000	10.000
	2A-3	1.000	5.000	1.000	4.000	6.000	4.000	3.000	5.000
	2B-1	1.500	11.500	2.500	10.000	16.000	14.000	6.992	14.967
	2B-2	1.200	8.000	2.000	7.500	10.500	9.500	4.993	9.983
	2B-3	1.000	4.500	1.500	3.500	5.500	4.500	2.996	4.992
3径間連続桁	3A-1	2.000	12.000	5.000	12.000	18.000	14.000	7.082	15.158
	3A-2	1.500	8.500	3.700	8.000	12.000	9.300	5.112	10.087
	3A-3	1.000	5.000	2.400	4.000	6.000	4.700	3.142	5.070
	3B-1	2.000	12.000	3.500	12.000	18.000	13.500	6.691	14.945
	3B-2	1.500	8.500	2.700	8.000	12.000	9.000	4.819	9.969
	3B-3	1.000	5.000	1.800	4.000	6.000	4.500	2.923	4.985

表-2 固有値解析結果と提案した実用算定式による推定値との比較 (可動支承が設計どおりの挙動を示す場合)

	ケース	I_{eq} (m ⁴)	w_{eq} (tf/m)	固有振動数 (1/z)		誤差 (%)
				解析値	推定値	
2径間連続桁	2A-1	7.000	15.000	0.659	0.691	+4.9
	2A-2	5.000	10.000	0.680	0.715	+5.1
	2A-3	3.000	5.000	0.752	0.784	+4.3
	2B-1	6.992	14.967	0.755	0.776	+2.8
	2B-2	4.993	9.983	0.783	0.803	+2.6
	2B-3	2.996	4.992	0.866	0.879	+1.5
3径間連続桁	3A-1	7.082	15.158	0.511	0.500	-2.2
	3A-2	5.112	10.087	0.532	0.522	-1.9
	3A-3	3.142	5.070	0.586	0.576	-1.7
	3B-1	6.691	14.954	0.647	0.680	+5.1
	3B-2	4.819	9.969	0.674	0.707	+4.9
	3B-3	2.923	4.985	0.746	0.779	+4.4

表-3 固有値解析結果と提案した実用算定式による推定値との比較 (可動支承の水平移動を拘束した場合)

	ケース	I_{eq} (m ⁴)	w_{eq} (tf/m)	h_1 (m)	h_2 (m)	断面積 A (m ²)	固有振動数 (Hz)		誤差 (%)
							解析値	推定値	
2径間連続桁	2A-1	7.000	15.000	3.500	5.250	1.800	1.134	1.190	+4.9
	2A-2	5.000	10.000	3.500	5.500	1.200	1.187	1.228	+3.5
	2A-3	3.000	5.000	3.500	6.000	0.600	1.291	1.328	+2.9
	2B-1	6.992	14.967	3.500	4.750	1.800	1.065	0.968	-9.1
	2B-2	4.993	9.983	3.500	5.000	1.200	1.100	1.001	-9.0
	2B-3	2.996	4.992	3.500	5.500	0.600	1.196	1.090	-8.9
3径間連続桁	3A-1	7.082	15.158	3.500	5.250	1.800	0.807	0.776	-3.8
	3A-2	5.112	10.087	3.500	5.500	1.200	0.843	0.805	-4.5
	3A-3	3.142	5.070	3.500	6.000	0.600	0.928	0.877	-5.5
	3B-1	6.691	14.954	3.500	4.750	1.800	1.151	1.155	+0.3
	3B-2	4.819	9.969	3.500	5.000	1.200	1.197	1.196	-0.1
	3B-3	2.923	4.985	3.500	5.500	0.600	1.307	1.299	-0.6

表-4 固有値解析結果と耐風便覧式による推定値との比較 (可動支承が設計どおりの挙動を示す場合)

	ケース	固有振動数 (Hz)		誤差 (%)
		解析値	耐風便覧式	
2径間連続桁	2A-1	0.659	0.671	+1.8
	2A-2	0.680	0.696	+2.4
	2A-3	0.752	0.764	+1.6
	2B-1	0.755	0.767	+1.6
	2B-2	0.783	0.795	+1.5
	2B-3	0.866	0.875	+1.0
3径間連続桁	3A-1	0.511	0.577	+12.9
	3A-2	0.532	0.600	+12.8
	3A-3	0.586	0.663	+13.1
	3B-1	0.647	0.675	+4.3
	3B-2	0.674	0.701	+4.0
	3B-3	0.746	0.772	+3.5

表-5 固有値解析結果と耐風便覧式による推定値との比較 (可動支承の水平移動を拘束した場合)

	ケース	固有振動数 (Hz)		誤差 (%)
		解析値	耐風便覧式	
2径間連続桁	2A-1	1.134	0.999	-11.9
	2A-2	1.187	1.031	-13.1
	2A-3	1.291	1.120	-13.2
	2B-1	1.065	1.065	0.0
	2B-2	1.100	1.101	+0.1
	2B-3	1.196	1.193	-0.3
3径間連続桁	3A-1	0.807	0.788	-2.4
	3A-2	0.843	0.822	-2.5
	3A-3	0.928	0.907	-2.3
	3B-1	1.151	0.991	-13.9
	3B-2	1.197	1.025	-14.4
	3B-3	1.307	1.113	-14.8

いても簡単に適用でき、初期の検討段階で桁橋の歩行者や風による振動問題について検討する際には有用なものであると言える。

5. あとがき

本文は、可動支承部が拘束された場合にも適用できる、単純桁ならびに2径間および3径間連続桁の鉛直たわみ基本固有振動数を推定するための実用算定式を提示したものである。

提案した実用算定式は、非常に簡単であり、設計技術者の誰もが卓上計算機のみで使用で桁橋の鉛直たわみ基本固有振動数を推定でき、また、固有振動解析結果に対して概略照査を行える高い精度を有することから、歩行者による振動や風による振動問題などに対して工学的判断を下す際に非常に有用なものである。本論文がこのような際の一助になれば幸いである。

参考文献

- 1) 日本道路協会：立体横断施設技術基準・同解説, 1979年1月.
- 2) 日本道路協会：道路橋耐風設計便覧, 1991年7月.
- 3) 久保喜延・宮田利雄：桁橋のたわみ振動数の簡易推定法について, 土木学会西部支部研究発表会, I-32, pp. 66~67, 1988年3月
- 4) 小堀為雄・梶川康男：道路橋（鋼橋）の振動測定法とその特性, 道路, pp.37~45, 1974年7月.
- 5) 加藤雅史・島田静雄：橋梁実測振動特性の統計解析, 土木学会論文報告集, pp.49~58, 1981年7月.
- 6) 川谷充郎・嶋田玲志：桁橋の構造諸元実態調査と走行荷重による不規則振動, 構造工学論文集, Vol.34A, pp. 721~730, 1988年3月.
- 7) 米田昌弘・宮地真一：桁橋の鉛直たわみ基本固有振動数を推定するための実用算定式について, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.765~772, 1992年3月.
- 8) 米田昌弘・前田研一：3径間連続斜張橋における基本固有振動数の簡易推定法, 土木学会論文集, 第380号/I-7, pp.493~496, 1987年4月.
- 9) 田中信治・加藤雅史・鈴木森品：河川歩道橋の設計と実測に基づく振動特性の検討, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.929~936, 1991年3月.
- 10) 渡辺 昇：連続桁影響線の縦距表と面積表, 技報堂, 1968年11月.