計測コラム　　emm176 号用

基礎からの周波数分析（27）－「振動計測の基礎－5」

これまで、「振動計測の基礎」として 4 回にわたって、自由振動、強制振動、振動伝達率、振動減衰などのテーマを通して、固有振動数と減衰比などについてお話してきました。
今回は基本にもどり、振動波形の振幅、周波数、位相や、振動の表し方（加速度、速度、変位）などについてお話します。

振動現象は、振り子やブランコのようにある点を中心に時間とともに繰り返す運動、すなわち波動として表すことができます。振動波形として最も基本的な波形は、**正弦波振動**です。
図 1 にあるように、ばねにおもりをつけてそのおもりを引っ張り静かに離すと、上下に繰り返す振動となり、おもりの時間変化を波形として描くと、正弦波となります。

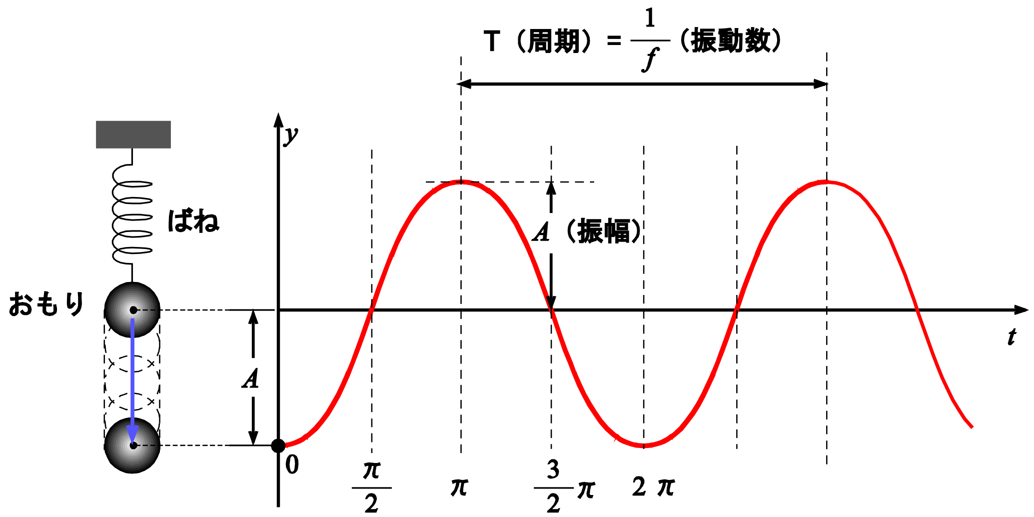

図 1　おもりの時間変化を表す振動波形

いま、引っ張る長さ（変位）を A 、繰り返し時間を T とするとその時間波形は；

$$x(t) = A\sin(2\pi f t + \phi) \qquad \text{(1)}$$

となります。 f は**周波数**（または**振動数**）と呼ばれ、 $f = 1/T$ となり、1 秒間に波がどれだけ繰り返すかの速さになります。その単位は、**Hz**（**ヘルツ**）で、例えば、周期 T が 0.1 s であれば、その周波数は、10 Hz です。
次に、振動波形の山の高さ（式（1）の A ）を**振幅**（または、**ピーク値**）と呼び、振動の強さを表現しています。これについては、後でより詳しく説明します。

もう 1 つのパラメータは、**位相**（式（1）の ϕ）で、これは、ある基準時間からの山の相対的な位置で、通常は 1 周期を 360°（2π ラジアン）として角度で表現されます。

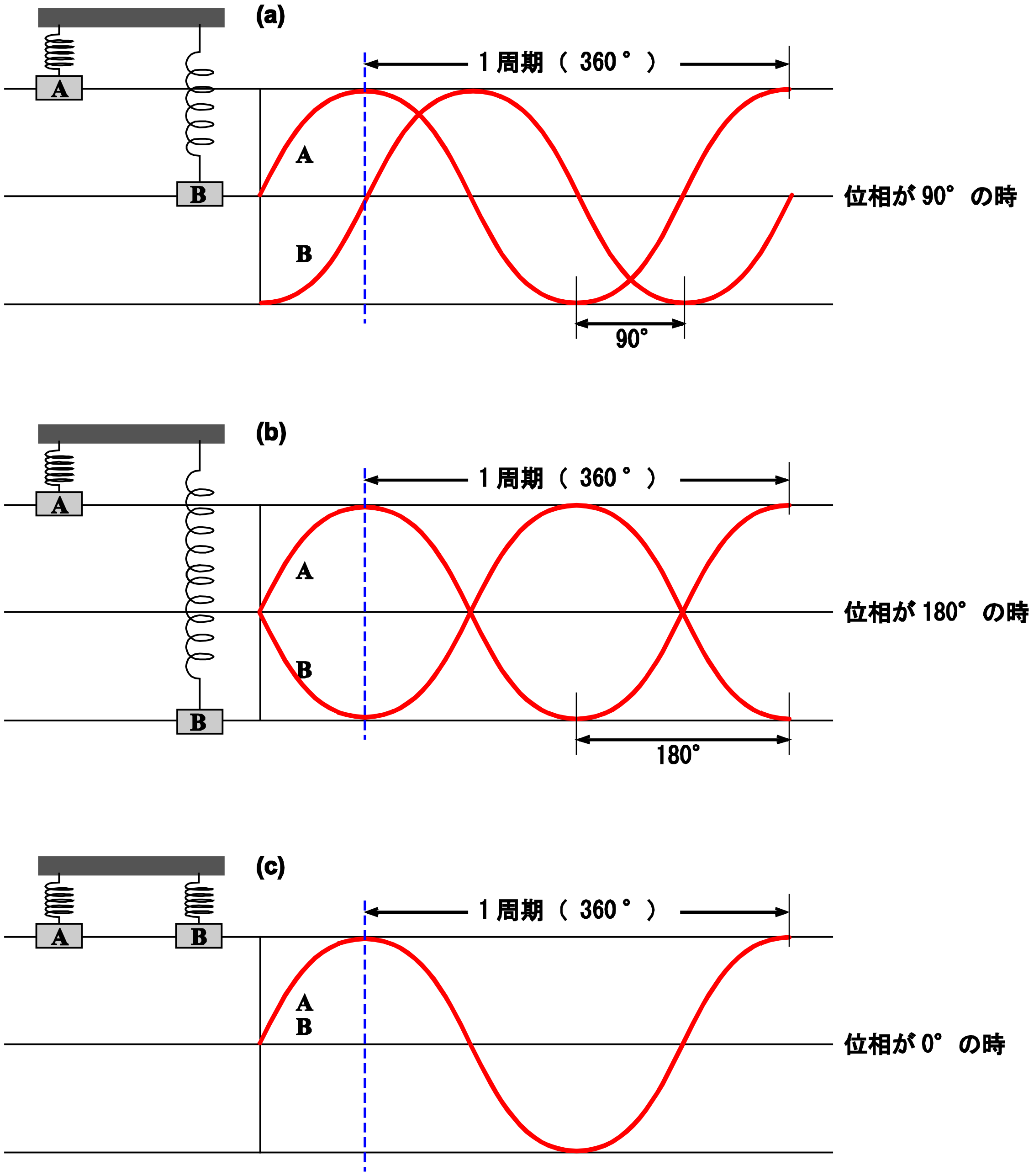

図 2　2 つのおもりの位相差（左のおもりの絵は、右側の赤点線の時間）

図 2 は、２つのおもり（A と B）の相対的な位置関係を示し；

図 2－(a)　おもり B は、おもり A に比べて 90°位相が遅れている
図 2－(b)　おもり B は、おもり A に比べて 180°位相が遅れている（**逆位相**）
図 2－(c)　おもり B は、おもり A に比べて**同位相**である

となっています。

位相は、回転体のバラシング計測や、機械構造物の振動のモード（形）を求める計測に重要な役割を果たします。

まとめますと、振動波形において、周波数は繰り返す速さを表し、振幅は振動する強さを表し、位相はある基準点からの山の遅れ（時間差）を表していて、この 3 つのパラメータ（周波数、振幅、位相）を**振動の 3 要素**と呼ばれています。

正弦波振動のような周期的な振動波形であれば、ほぼ上記で述べた振幅（ピーク値）で振動の強さを表現来ますが、例えば、図 3 のような不規則な振動波形は、振動の強さをどのように表したら良いのでしょうか？

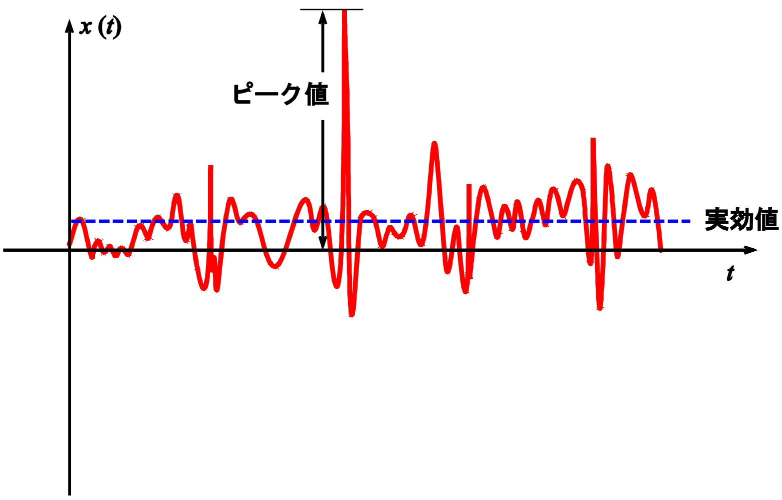

図 3　不規則な振動波形の例

このような振動では、振幅を明確に定義することができず、また図のピーク値では過大評価となりがちなので、下記の式（2）で定義される実効値；

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2\, dt} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (2)$$

が振動の強さとしてよく使われます。

実効値の物理的な意味合いは、振動波形の 2 乗値（**瞬時エネルギー**）の時間平均である **2 乗平均値**（**パワー**）の平方根で、信号のパワーに対応する量です。なお、衝撃性のある振動の評価量として下記の式（3）で定義される**クレストファクタ**（**波高率**）F_C もよく用いられます。

$$F_C = \frac{x_{peak}}{x_{rms}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3)$$

いろいろな振幅の表示量を、分かりやすいように正弦波振動波形で示します。

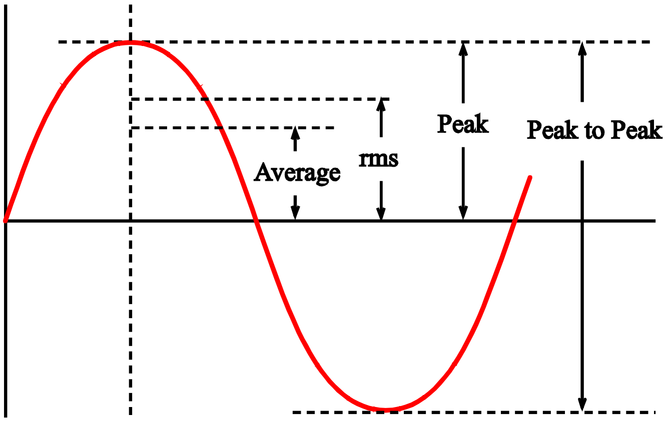

図 4　正弦波のいろいろな振幅パラメータ

図 4 の正弦波を式(1)で、表すとすると；

② 　振幅（片振幅、ピーク値）: A

② 全振幅（ピークピーク値）: $2A$

③ 平均値： $x_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|\, dt = \frac{2}{\pi} A \cong 0.637 A$

④ 実効値： $x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2 dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} A \cong 0.707 A$

⑤ 波形率： $F_f = \frac{x_{rms}}{x_{avg}} \cong 1.11$

⑥ 波高率： $F_C = \frac{A}{x_{rms}} = \sqrt{2}$

振動量の表し方には、計測コラム emm166 号（「振動計測の基礎」）で説明したように、変位、速度、加速度があり、これらは、微分積分の関係にあります。
また、通常の**並進振動**の場合の物理単位は、変位が m、速度が m/s、加速度が m/s^2 です。

ここで、式（1）を変位の振動波形とみなして、**変位振幅**を X (m)、**角周波数** ω（$= 2\pi f$）と書き直すと；

$$x(t) = X \sin(\omega t + \phi) \qquad \text{(4)}$$

となります。

これから、速度 $v\ (t)$ と加速度 $a\ (t)$ は；

$$v(t)=\frac{d}{dt}x(t)=\omega X\cos(\omega t+\phi) \quad \cdots\cdots (5)$$

$$a(t)=\frac{d}{dt}v(t)=-\omega^2 X\sin(\omega t+\phi) \quad \cdots\cdots (6)$$

すなわち、変位振幅を X とすると、**速度振幅**は ωX (m/s)、**加速度振幅**は $\omega^2 X$(m/s^2)で求めることができます。同様に、積分は、ω で除算することにより求められ、実際の FFT アナライザでの周波数微積分は、 ω（$=2\pi f$）の乗除算で計算しています。

これらの関係をまとめると、下記の図 5 となります。

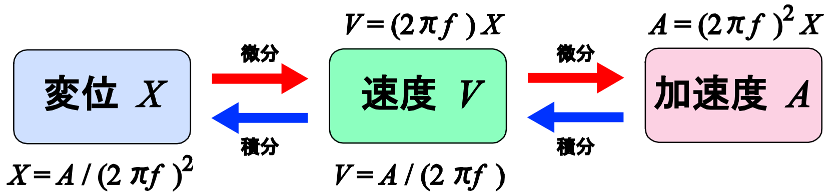

図 5　変位、速度、加速度の相互関係（周波数微積分）

変位を周波数に関係なく一定とすると、速度、加速度は、図 6 のような、周波数特性となり、周波数帯域毎に、3 種類の振動量の守備範囲があることになります。

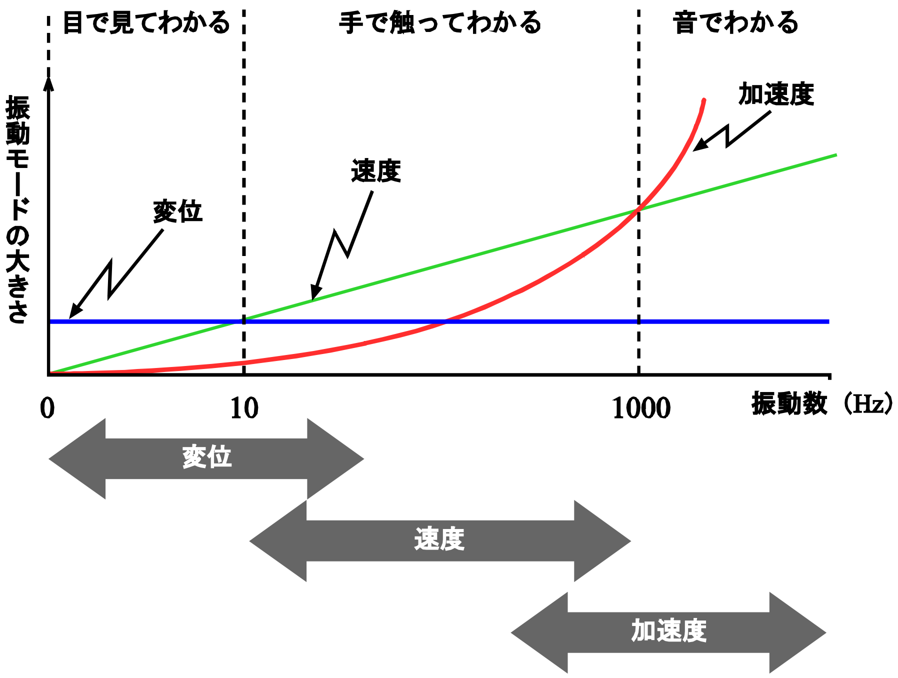

図 6　振動量 3 種類の守備範囲

変位は、見た目での振れ幅で、低周波帯域での振動量を評価する場合に主に用いられ、通常は、片振幅値（ピーク値）や全振幅値（ピーク・ピーク値）が多く使われます。
速度は、中帯域で、エネルギーを問題とするような場合に用いられ、特に、**振動シビアリティ**（**ISO2954**）では速度の実効値が使われています。
加速度は、衝撃力など力の大きさが問題となるような場合や、軸受けの傷振動など高い周波数成分の振動診断に用いられて、通常は実効値が使われます。

最後に、まとめです。

(1) ばねにおもりをつるした系は、正弦波振動をします。
(2) 振動が繰り返す速さを周波数、振動の強さを振幅、ある基準時間からの相対的な山の位置を位相と呼び、これらは振動の 3 要素と呼びます。
(3) 不規則な振動の場合では、振動の強さはその実効値で評価して、実効値は振動のパワーに対応します。
(4) 振動の表し方は、変位、速度、加速度があり、それらは、微分積分の関係にあります。
(5) 変位、速度、加速度の各々に対して、変位振幅、速度振幅、加速度振幅を求めることができます。

【キーワード】
正弦波振動、周波数、周期、振幅、ピーク値、位相、逆位相、同位相、バランシング、振動のモード、振動の 3 要素、実効値、瞬時エネルギー、2 乗平均値、パワー、クレストファクタ、波高率、片振幅、全振幅、ピーク・ピーク値、平均値、波形率、変位、速度、加速度、並進振動、変位振幅、角周波数、速度振幅、加速度振幅、振動シビアリティ

【参考】
「公害防止の技術と法規」公害防止の技術と法規編集委員会編　（社団法人）産業公害防止協会（1990 年）

以上
（Hima）