

周波数応答関数の実部と虚部の連立を用いた
モード特性同定の多自由度系への適用松原 真己^{*1}, 河村 庄造^{*1}, 伊勢 智彦^{*1}Application of modal properties identification to multi-degree-of-freedom system using
simultaneous equations of the real and imaginary parts of frequency response functionMasami MATSUBARA^{*1}, Shozo KAWAMURA^{*1} and Tomohiko ISE^{*1}^{*1} Toyohashi University of Technology, Dept. of Mechanical Engineering
1-1 Hibarigaoka, Tempaku-cho, Toyohashi-shi, Aichi 441-8580, Japan

Received: 20 November 2017; Revised: 22 January 2018; Accepted: 30 March 2018

Abstract

In order to improve the noise and vibration characteristics of mechanical structures, it is well known that an identification of modal properties is important. Therefore, experimental modal analysis is widely operated for identifying modal properties represented by natural frequency, damping characteristics and mode shape from vibration test result. However, in the case that the damping characteristics is very small or large, it is difficult to identify the modal properties by the existing method. In the previous study, we proposed the identification method of natural frequency and damping characteristics for a lightly damped element. This method using simultaneous equations of the real and imaginary parts of frequency response function is the one degree of freedom method and can not be directly applied to a multi-degree-of-freedom system. In this study, we propose the identification method for a multi-degree of freedom system by using both simultaneous equations of the real and imaginary parts of frequency response function and mode separation method. First, it is explained that the theory of identification using simultaneous equations of the real and imaginary parts of frequency response function in one degree of freedom. Secondly, we investigate the identification accuracy and the analysis frequency range including the measurement error and non-targeted mode components. Finally, it is shown that identification result of modal parameters in multi-degree of freedom system using numerical analysis and its validity.

Keywords : Modal analysis, Vibration testing, Modal properties, Identification method, Multi-degree-of-freedom

1. 緒 言

機械構造物の振動騒音を適切に改善するためには、対象物の振動特性を把握することが重要である。そのため、対象物の振動試験の結果から固有振動数、減衰、モード形状で表されるモード特性を同定する実験モード解析が広く運用されている(長松, 1993)(Ewins, 2000)。得られた実験データからモード特性を同定する方法としては、周波数領域法や時間領域法、自己回帰モデルによる同定法など数多くの研究がなされており、数多くの学術的成果が報告されている(長松, 1985)。中でも周波数領域法は最も一般的に利用されるものであり、同定プログラムとして市販化されているものも多くある(モード解析ハンドブック編集委員会編, 2000)。1自由度法としてハーフパワー法、モード円適合法があり、多自由度法としては Complex mode indicator function (CMIF) 法(Shih et al., 1989), Least square complex frequency (LSCF) 法(Guillaume et al., 1998), Ploy-reference least squares complex frequency-domain (PolyMAX) 法(例えば, Peeter et al., 2004), 偏分反復法(例えば, 吉村, 長松, 1990), 部分空間同定法(日野他, 2007)がある。近年では蟻コロニー最適化を利用した方法も提案されている(Sitarz and Powalka, 2018)。一方で、減衰特性の同定結果はバラつくことが多く(日野他, 2007)、減衰特性が非常に小さい、または大きい場

合には、上記に示した従来法ではモード特性の同定が難しいという問題も認知されている(河村他, 2013)(北原, 吉村, 2015)(河村他, 2015)。

周波数領域法によるモード特性の同定精度は周波数分解能に依存して変化する。ハーフパワー法では周波数応答関数(以下, FRF とする)の共振ピークの値が読み取れないほどの減衰が小さい場合や、共振周波数近傍で周波数応答関数が左右対称であることが保証されないほど減衰が大きい場合には同定精度が悪化する。モード円適合法の場合は実用的な周波数分解能で描けるナイキスト線図上の円データは原点付近に集まるため、結果として円適合の精度が低下し、減衰比の同定誤差となる(河村他, 2015)。このように従来の 1 自由度法で低減衰および高減衰系においてはモード特性を高精度に同定することは難しい。多自由度法においても低減衰および高減衰系においてはモード特性同定が難しい場合がある。CMIF 法ではまず多点における FRF を取得し、特異値分解を行うことで、1 自由度系の FRF に分離する。その後、1 自由度法を利用してモード特性を同定する方法である。簡便な方法で系全体のモード特性の見通しを得られる利点を有するが、多点参照位置によっては適切に 1 自由度系の FRF に分解できないこと、従来の 1 自由度法を利用していることから、高精度なモード特性の同定は難しい。LSCF 法および PolyMAX 法は多自由度系の FRF を z の多項式で表現し、最小二乗法を利用して算出する方法である。採用する自由度数を *Stabilisation diagram* と呼ばれる図を利用することで評価できるという利点を有し、実用的かつ信頼性の高い方法である。一方で、FRF の全成分を一括に取り扱いモード特性同定するため大量のデータ処理が必要であり、特定の周波数や測定点に存在する誤差成分が全体に悪影響を与える場合がある。偏分反復法の場合、周波数応答関数においてモード特性を変数とした 1 次近似式を導出し、周波数応答関数の実部と虚部の誤差が最小になるように変数を反復計算により収れんさせる方法であり、PolyMAX 法と同様に強力な方法である(長池, 長松, 1983)(吉村, 長松, 1988)(吉村, 長松, 1990)。単点参照, 多点参照のどちらにも適用することができる。しかしながら、初期値となるモード特性の推定値を、単点参照の場合は従来の 1 自由度法から、多点参照の場合は CMIF 法などから求めるため、精度良く同定できない場合がある。部分空間同定法においては初期値が不要であることや、打撃試験時のダブルハンマリングによる不備が発生した場合においても高精度に同定できることが利点である(日野他, 2007)(日野他, 2013)。比較的低モード密度な対象構造に対して有効性が示されているが、より実際のモード密度を有する対象構造に対しての有効性は示されていない。以上のように低減衰系, 高減衰系にも適用できる多自由度法の研究は重要である。

著者らは周波数応答関数の虚部と実部を連立させ、固有振動数と減衰特性を未知とする方程式を導出し、複数の測定周波数における方程式をまとめることで、最小二乗法によって未知数を同定する方法(1 自由度法)を提案している。この方法は比例粘性減衰系とヒステリシス減衰系にも容易に適用でき、低減衰特性を精度よく同定できることを報告している(河村他, 2013)(河村他, 2015)(Kawamura et al., 2016)。なお、上述の LSCF 法および PolyMAX 法は FRF を複素数のまま取り扱うが、周波数応答関数の虚部と実部の連立を用いる方法では虚部と実部の実数成分を取り出して計算を行っており、モード特性同定の計算過程も簡便である。また、モード特性の同定式に近似が入らないため、従来の 1 自由度法に比べ低減衰系, 高減衰系に関わらず高精度にモード特性を同定することが可能である。そのため、周波数応答関数の虚部と実部の連立を用いる方法を多自由度法に拡張することができれば、有用な多自由度法になると考えられる。しかしながら、周波数応答関数の実部と虚部の連立が可能であるのは理論上 1 自由度系のときであるため、そのまま多自由度系へ適用できない。

そこで、本研究では多自由度法の一つであるモード分離法に周波数応答関数の虚部と実部の連立を利用したモード特性同定法を適用することで、低減衰系, 高減衰系に関わらず高精度にモード特性を同定できる方法を提案する。なお、本論文においては単点参照, ヒステリシス減衰系を対象とする。以下では、1 自由度系における FRF の虚部と実部の連立を利用したモード特性同定の理論を説明し、多自由度法への拡張する方法を述べる。モード分離法自体は多自由度法であるが、固有振動数と構造減衰係数のモード特性の同定は周波数応答関数の虚部と実部の連立を用いる方法(1 自由度法)を用いる。そのため、1 自由度法を適用するデータに対してノイズの混入や目的外のモード成分が混入した場合の同定精度と周波数データの範囲について検証する。最後に比較的低モード密度の高い多自由度系のモード特性同定に関する数値解析例を示し、その有効性を示す。

2. 周波数応答関数の虚部と実部の連立を利用したモード特性同定

2・1 周波数応答関数とモード特性

N 自由度系の振動系を対象として、入力点は e 点の 1 点であるとし、参照点 r とした場合の FRF を $H_{r,e}$ とし、コンプライアンスを対象として考える。 p 次のモードの q 自由度成分を $\phi_{q,p}$ とすると、 n 次モードまで採用したときの任意の周波数 f に対する $H_{r,e}$ は次のように与えられる。

$$H_{r,e}(f) = \sum_{p=1}^n \frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{(1 + j\eta_p)k_p - m_p(2\pi f)^2} = \sum_{p=1}^n \frac{\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p}}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right) + j\eta_p} \quad (1)$$

なお、 m_p 、 k_p は p 次のモード質量、モード剛性を表す。このときモード特性のパラメータは p 次の固有振動数 f_{np} 、構造減衰係数 η_p 、固有モードのパラメータを含む項 $(\phi_{r,p} \phi_{e,p})/k_p$ (以下、留数とする) となる。なお、FRF に対して f_{np} 、 η_p は非線形項であり、 $(\phi_{r,p} \phi_{e,p})/k_p$ は線形項である。

本章では、FRF の虚部と実部の連立を利用したモード特性同定法の利点を説明するため、 p 次のデータのみの 1 自由度系を対象としてモード特性のパラメータを同定する。なお p 次のみの FRF は次のようになる。

$$H_{r,e}^{(p)}(f) = \frac{\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p}}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right) + j\eta_p} = \frac{\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right)^2 + \eta_p^2} + j \frac{\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} (-\eta_p)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right)^2 + \eta_p^2} \quad (2)$$

2・2 1 自由度系におけるモード特性の同定理論

式(2)を実部 H_R と虚部 H_I の項に分離し、表現すると次のようになる。

$$H_R(f) = \frac{\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right)^2 + \eta_p^2}, \quad H_I(f) = \frac{\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} (-\eta_p)}{\left(1 - \frac{f^2}{f_{np}^2}\right)^2 + \eta_p^2} \quad (3)$$

ここで、実部と虚部の比を求め整理すると、次のようになる (河村他, 2013)。

$$\frac{H_I(f)}{H_R(f)} = \frac{1}{f_{np}^2} \frac{H_I(f)}{H_R(f)} f^2 - \eta_p \quad \text{あるいは} \quad H_I(f) f^2 \frac{1}{f_{np}^2} - H_R(f) \eta_p = H_I(f) \quad (4)$$

式(4)は任意の周波数に対して成立することから、実験より得られた FRF から H_I/H_R を縦軸、 $H_I f^2 / H_R$ を横軸にとり直線近似式を求めれば、その傾きから固有振動数 f_{np} 、切片から構造減衰係数 η_p を求めることができる。周波数応答関数の虚部と実部の連立を用いる方法の利点は、共振ピークの頂点が不明であっても近傍のデータがあれば同定できる点、コヒーレンス関数などを基にした重み付け同定も容易である点が挙げられる。

多自由度系である FRF に対して 1 自由度系の適用を考えた場合、目的外のモード成分が含まれているため、同定誤差が発生する。この条件は各モードの固有振動数間の距離が近い場合や減衰特性が大きい場合によく当てはまる。目的外のモード成分が剰余質量 S 、剰余剛性 Z で近似できるものとする、参考文献 (Kawamura et al., 2016) より、実部と虚部を連立して得られる方程式は次式で表される。

$$H_I(f) f^2 \frac{1}{f_{np}^2} - H_R(f) \eta_p + \frac{\eta_p}{S} - f^2 \frac{\eta_p}{Z} = H_I(f) \quad (5)$$

なお、コンプライアンスを対象に式(4)と式(5)を導出したが、モビリティ、アクセラランスでも式(4)と(5)は成立する。多自由度系の同定においては式(5)を利用する。式(4)についてはノイズ混入時の同定精度検証に利用する。

2・3 提案する多自由度法

1 自由度法を利用して、多自由度系のモード特性を同定する方法にモード分離法がある。手順は以下の通りである。最初に対象周波数範囲内のすべての共振ピークに対して、1 自由度法を適用することでモード特性の近似値を同定する。次に目的のモード以外のモード特性の近似値を基に再構成した FRF を、実験より得た FRF から差し引くと、誤差を含んだ目的のモード成分となる。これに対して再度 1 自由度法を適用すれば、得られたモード特性の精度は向上する。この処理を全固有モードについて実行する。この一連の計算をモード特性が収束するまで行えば、多自由度系のモード特性を同定できるという方法である（長松, 1985）。このモード分離法も用いることで 1 自由度法である周波数応答関数の虚部と実部の連立を用いる方法を用いた多自由度系のモード特性同定を可能にする。なお、本論文では実験から得た FRF を実験 FRF、同定したモード特性より再構成した FRF は解析 FRF とする。また、図中では実験 FRF および解析 FRF を FRF_{exp} , FRF_{ana} として示す。

まず、測定データである多自由度系の実験 FRF から対象周波数範囲 $f_a \sim f_b$ を決める。このとき、周波数分解能を Δf 、周波数範囲内の全データ点数を L とする。さらにその範囲内にある各共振ピークを 1 自由度系と見なし、モード特性を同定するための各解析区間を決定する。共振ピークに対して目的のモード寄与が十分に卓越している場合を考えると、式(4)より以下の式が成立する。なお、 $f_{p1} \sim f_{pl}$ は対象とした p 次のモードが支配的と思われる区間の周波数であり、 l は解析区間内のデータ点数を表す。

$$\begin{bmatrix} \frac{H_I(f_{p1})}{H_R(f_{p1})} f^2 & 1 \\ \frac{H_I(f_{p2})}{H_R(f_{p2})} f^2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{H_I(f_{pl})}{H_R(f_{pl})} f^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{f_{np}^2} \\ -\eta_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{H_I(f_{p1})}{H_R(f_{p1})} \\ \frac{H_I(f_{p2})}{H_R(f_{p2})} \\ \vdots \\ \frac{H_I(f_{pl})}{H_R(f_{pl})} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

また、目的外のモードの成分を考慮したモード特性の場合、式(5)より以下の式が成立する。

$$\begin{bmatrix} H_I(f_{p1})f_{p1}^2 & -H_R(f_{p1}) & 1 & -f_{p1}^2 \\ H_I(f_{p2})f_{p2}^2 & -H_R(f_{p2}) & 1 & -f_{p2}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_I(f_{pl})f_{pl}^2 & -H_R(f_{pl}) & 1 & -f_{pl}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{f_{np}^2} \\ \eta_p \\ \frac{\eta_p}{S} \\ \frac{\eta_p}{Z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_I(f_{p1}) \\ H_I(f_{p2}) \\ \vdots \\ H_I(f_{pl}) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式(6)あるいは (7)より、係数行列の疑似逆行列を利用することで固有振動数と構造減衰係数を算出することができる。次に、算出された各モードの固有振動数と構造減衰係数を式(3)に代入して、線形項である留数を同定する。モード分離法についての先行研究においては 1 自由度毎に留数を求めているが（Wang et al., 1984），ここでは対象周波数範囲 $f_a \sim f_b$ に対して含まれる多自由度の留数を一度に求めることで同定精度向上を図る。留数に関する方程式は式(8)で表される。留数についても係数行列の疑似逆行列を利用することで算出することができる。なお、式(7)を用いたモード特性同定の場合、各モードに対して剰余質量と剰余剛性が求まるが、それらは目的外のモードの成分に対する近似となっており、式(8)には利用しないものとする。ただし、対象周波数範囲外にモードが存在している場合には、対象周波数範囲の最低次のモードの剰余質量、最高次のモードの剰余剛性を考慮することができる。式(8)よりモード特性がすべて求まり、各モードに対応する解析 FRF は式(2)より算出することができる。

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{ccc} \frac{1 - \left(\frac{f_L}{f_{n1}}\right)^2 - \eta_1}{\left\{1 - \left(\frac{f_L}{f_{n1}}\right)^2\right\}^2 + \eta_1^2} & \frac{1 - \left(\frac{f_L}{f_{n2}}\right)^2 - \eta_2}{\left\{1 - \left(\frac{f_L}{f_{n2}}\right)^2\right\}^2 + \eta_2^2} & \dots & \frac{1 - \left(\frac{f_L}{f_{nn}}\right)^2 - \eta_n}{\left\{1 - \left(\frac{f_L}{f_{nn}}\right)^2\right\}^2 + \eta_n^2} \\ \frac{1 - \left(\frac{f_{L+\Delta f}}{f_{n1}}\right)^2 - \eta_1}{\left\{1 - \left(\frac{f_{L+\Delta f}}{f_{n1}}\right)^2\right\}^2 + \eta_1^2} & \frac{1 - \left(\frac{f_{L+\Delta f}}{f_{n2}}\right)^2 - \eta_2}{\left\{1 - \left(\frac{f_{L+\Delta f}}{f_{n2}}\right)^2\right\}^2 + \eta_2^2} & \dots & \frac{1 - \left(\frac{f_{L+\Delta f}}{f_{nn}}\right)^2 - \eta_n}{\left\{1 - \left(\frac{f_{L+\Delta f}}{f_{nn}}\right)^2\right\}^2 + \eta_n^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1 - \left(\frac{f_H}{f_{n1}}\right)^2 - \eta_1}{\left\{1 - \left(\frac{f_H}{f_{n1}}\right)^2\right\}^2 + \eta_1^2} & \frac{1 - \left(\frac{f_H}{f_{n2}}\right)^2 - \eta_2}{\left\{1 - \left(\frac{f_H}{f_{n2}}\right)^2\right\}^2 + \eta_2^2} & \dots & \frac{1 - \left(\frac{f_H}{f_{nn}}\right)^2 - \eta_n}{\left\{1 - \left(\frac{f_H}{f_{nn}}\right)^2\right\}^2 + \eta_n^2} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \frac{\phi_{r,1}\phi_{e,1}}{k_1} \\ \frac{\phi_{r,2}\phi_{e,2}}{k_2} \\ \vdots \\ \frac{\phi_{r,n}\phi_{e,n}}{k_n} \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{Bmatrix} \operatorname{Re}\{H_{r,e}(f_a)\} + \operatorname{Im}\{H_{r,e}(f_a)\} \\ \operatorname{Re}\{H_{r,e}(f_{a+\Delta f})\} + \operatorname{Im}\{H_{r,e}(f_{a+\Delta f})\} \\ \vdots \\ \operatorname{Re}\{H_{r,e}(f_b)\} + \operatorname{Im}\{H_{r,e}(f_b)\} \end{Bmatrix} \quad (8)
 \end{aligned}$$

次に目的のモード以外のモード特性の近似値を基に算出した解析 FRF を、実験 FRF から差し引いたデータに対して式(7)の計算を行い、固有振動数と構造減衰係数の値を更新する。全モードに対して同様の処理ができれば、式(8)の計算を行い、留数の値を更新する。このようにして、繰り返し計算を行うことで同定するパラメータが収束し、モード特性を得ることができる。

図 1 の 2 自由度系の実験 FRF を具体例に計算手順を示す。実験 FRF は誤差を混入していない理想的なアクセラランスとした。周波数分解能は 0.25Hz として、周波数区間を 40-50Hz ($L=41$) とする。図 1 の実線は実験 FRF であり、点線は p 次と $p+1$ 次モードの各 FRF データである。まず、1 自由度法を適用する解析区間を決める。ここでは p 次と $p+1$ 次の FRF 成分が交わる 44Hz を境界として、 p 次の解析区間を 40-44Hz ($l_p=17$)、 $p+1$ 次の解析区間を 44-50Hz ($l_{p+1}=25$) とする。

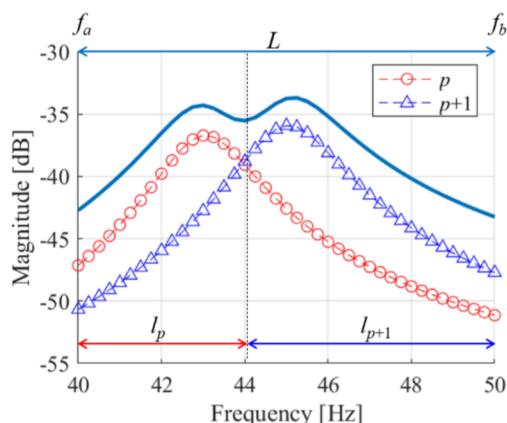


Fig.1 FRF of the two degrees of freedom system for explanation of proporsal method. Target frequency range is between f_a and f_b . There is not a measurement error in this system. Number of measurement data in the target frequency range is L , each number of analytical range is l . Index p and $p+1$ are the modal orders.

式(7)を利用して、各解析区間のデータに対して固有振動数、構造減衰係数をそれぞれ求める。次に求めた固有振動数および構造減衰係数を式(8)に代入して L 点のデータから留数を求める。以上より得られたモード特性を式(2)に代入して各モードの解析 FRF を総和することで、多自由度系の解析 FRF を得る。次に、 p 次の解析区間の実験 FRF から $p+1$ 次の解析 FRF を差分し、 $p+1$ 次の解析区間の実験 FRF については p 次の解析 FRF を差分した

Parameters			
Mode number	f_p [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
p	43.0000	5×10^{-2}	1×10^{-8}
$p+1$	45.0000	5×10^{-2}	1×10^{-8}

ものに対して式(7)より固有振動数, 構造減衰係数を求める. 更新した固有振動数および構造減衰係数を基に, 式(8)より留数を求める. この操作を繰り返し行うことで, モード特性全体の同定精度は向上する. 繰り返し計算の停止条件は繰り返し計算回数 i の上限またはモード特性の更新値の変化量が閾値を下回った時点とし, そのときのモード特性を同定結果とする. 本研究では閾値 J としてパラメータ更新前後の相対変化量の二乗平均平方根の値として次式を用いた.

$$J = \sqrt{\frac{\sum_{p=1}^n \left\{ \frac{(f_{np})_i - (f_{np})_{i-1}}{(f_{np})_{i-1}} \times 100 \right\}^2 + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{(\eta_p)_i - (\eta_p)_{i-1}}{(\eta_p)_{i-1}} \times 100 \right\}^2 + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{\left(\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \right)_i - \left(\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \right)_{i-1}}{\left(\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \right)_{i-1}} \times 100 \right\}^2}{3n}} \quad (9)$$

各モード特性の添え字 i または $i-1$ は繰り返し計算回数を表しており, その繰り返し計算回数におけるの同定値を表している. 本研究では収束条件の閾値を $J=1.0 \times 10^{-2}$ とした. 図2は各解析区間の目的のモードの解析 FRF の変化を表したものである. 図2より繰り返し計算によって, 各解析区間の解析 FRF は目的としているモード単体の実験 FRF に近づいていることが分かる. また, モード特性の全体の同定精度 E を各モード特性の相対誤差の二乗平均平方根の値として評価する.

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{p=1}^n \left\{ \frac{(f_{np})_I - (f_{np})_A}{(f_{np})_A} \times 100 \right\}^2 + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{(\eta_p)_I - (\eta_p)_A}{(\eta_p)_A} \times 100 \right\}^2 + \sum_{p=1}^n \left\{ \frac{\left(\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \right)_I - \left(\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \right)_A}{\left(\frac{\phi_{r,p} \phi_{e,p}}{k_p} \right)_A} \times 100 \right\}^2}{3n}} \quad (10)$$

添え字の I は同定値, A は真値を表している. 図3は各繰り返し計算回数における解析 FRF の変化とそのときの同定精度を示している. 図3より, 実験 FRF と解析 FRF は良好に一致していることがわかる. なお, ここで示した計算例では繰り返し回数は6回で閾値を下回り, 計算が終了した. 繰り返し計算回数が増えるに従い, 同定精度が向上していることがわかる.

以上のような手順が提案する方法である. モード特性のうち線形項である留数は式(8)より実験 FRF から最小二乗法を利用して一度に求めることになる. そのため, 提案法の同定精度は1自由度法適用時の固有振動数および構造減衰係数の同定精度に依存するといえる. 次章では1自由度法における誤差要因について検討し, 多自由度同定時に与える影響について調査する.

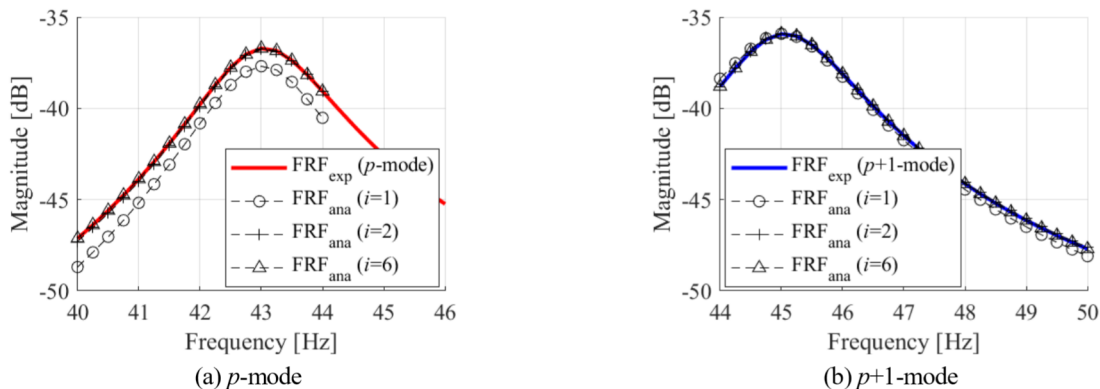


Fig.2 Comparison of FRF of each modal order between experimental FRF and analytical FRF. i means number of iterative calculation. As the number of iterative calculations increases, the analytical FRF shows good correlation with experimental one.

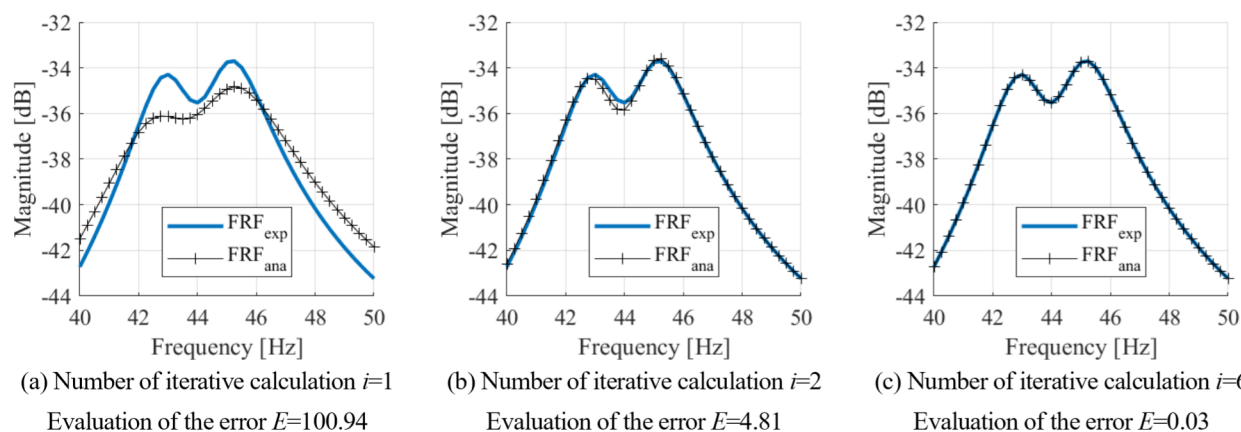


Fig.3 Comparison of FRF of between experimental FRF and analytical FRF. i and E mean number of iterative calculation and evaluation of the error, respectively. As the number of iterative calculations increases, the analytical FRFs show good correlation with experimental one and evaluation of the error E are improved.

3. ノイズと目的外のモード成分の混入による同定誤差への影響と収束性

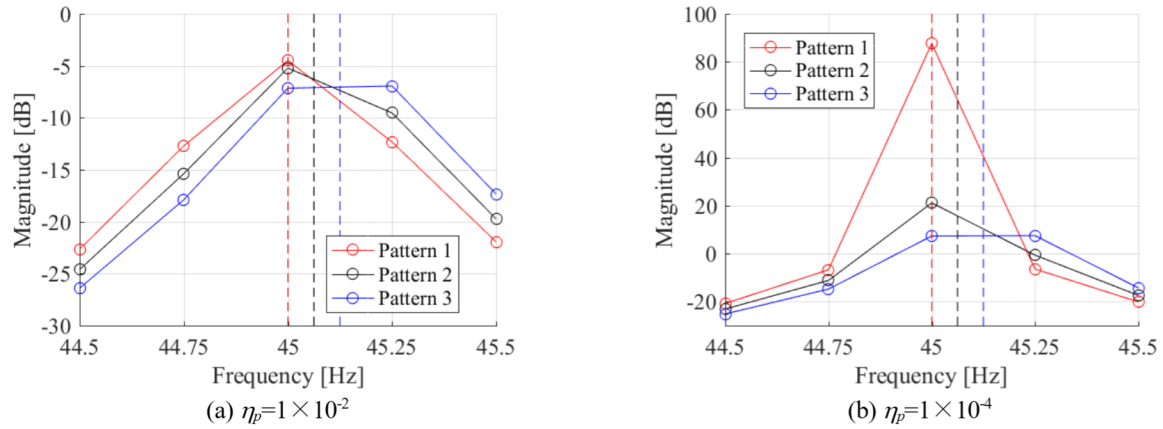
3・1 ノイズ混入の影響

1 自由度法を適用する範囲内に目的外のモードの成分が混入していない場合を考え、ノイズ混入による同定精度への影響を考える。この条件は各モードの固有振動数間の距離と減衰特性に依存するが、本節では十分に1自由度系と見なせる実験FRFが得られたものとする。従来法の1自由度系における問題としては周波数分解能と固有振動数の関係から減衰特性の同定精度が悪化することが挙げられる(河村他, 2015)。周波数分解能 Δf と固有振動数 f_p の関係として、図4のような状態を考える。周波数分解能は0.25Hzであり、固有振動数を45Hz付近にとっている。Y軸に平行な破線は各Patternの固有振動数を表しており、プロットシンボルのOは実験FRFのデータ点を表す。なお、実験FRFは誤差を混入していない理想的なアクセラランスであり、各モード特性については図4に併記して示す。Pattern1は測定周波数と固有振動数は一致し、Pattern2は測定周波数と固有振動数の差が $1/4\Delta f$ 、Pattern3は測定周波数と固有振動数の差が $1/2\Delta f$ である。図4(a)と(b)の違いは構造減衰係数の大きさであるが、構造減衰係数が小さくなると共振ピークの頂上を正確に評価できなくなることがわかる。これが原因となり従来法の1自由度法では減衰特性が非常に小さい場合には同定精度が悪化する。

実験FRFを式(6)および(8)に代入しモード特性を同定した結果より、各モード特性の同定値 V_I と図4に示されている各真値 V_A の相対誤差を評価する。なお、対象が1自由度系であるため、1自由度法として式(6)を利用している。相対誤差は次式で計算する。

$$\text{Relative error} = \frac{V_I - V_A}{V_A} \times 100 \quad (11)$$

図5, 6はそれぞれ構造減衰係数が 1×10^{-2} と 1×10^{-4} のときの同定精度を表したものである。横軸は固有振動数を中心として左右対称に採用した周波数のデータ点数であり、縦軸は相対誤差を表している。図2(a)は誤差なし、図2(b), (c)は計測データにノイズが混入した場合を示しており、FRFの実部と虚部の各データに平均値1、標準偏差0.01または0.02の乱数を乗じたものを対象としてモード特性の同定を行った結果である。なお、振動データに基づく外力同定、異常診断関係の研究では、実験で得られるFRFを模擬するため、厳密なデータで構成されたFRFの実部と虚部にそれぞれ標準偏差で表される乱数を与える方法が一般的に取られており、本研究でも同様の方法を採用した。この標準偏差については先行研究を参考に決定した(Kawamura et al., 2011)。



Parameters

Mode number	f_{np} [Hz]	η_p [-]		$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
		(a)	(b)	
1	45.0000	1×10^{-2}	1×10^{-4}	1×10^{-7}
2	45.0625	1×10^{-2}	1×10^{-4}	1×10^{-7}
3	45.1250	1×10^{-2}	1×10^{-4}	1×10^{-7}

Fig.4 Modal properties and relation between the natural frequency f_{np} and the frequency resolution Δf . Figs.4(a) and (b) are the conditions as $\eta_p = 1 \times 10^{-2}$ and $\eta_p = 1 \times 10^{-4}$, respectively. Other parameters are shown in the table. In pattern 1, the measurement frequency matches the natural frequency. In pattern 2, the difference between the measurement frequency and the natural frequency is $1/4\Delta f$. In pattern 3, the difference between the measurement frequency and the natural frequency is $1/2\Delta f$. The difference between the Figs.4(a) and (b) is the magnitude of the structural damping, however it can be known that the top of the resonance peak of each patterns can be close as the structural damping coefficient increase.

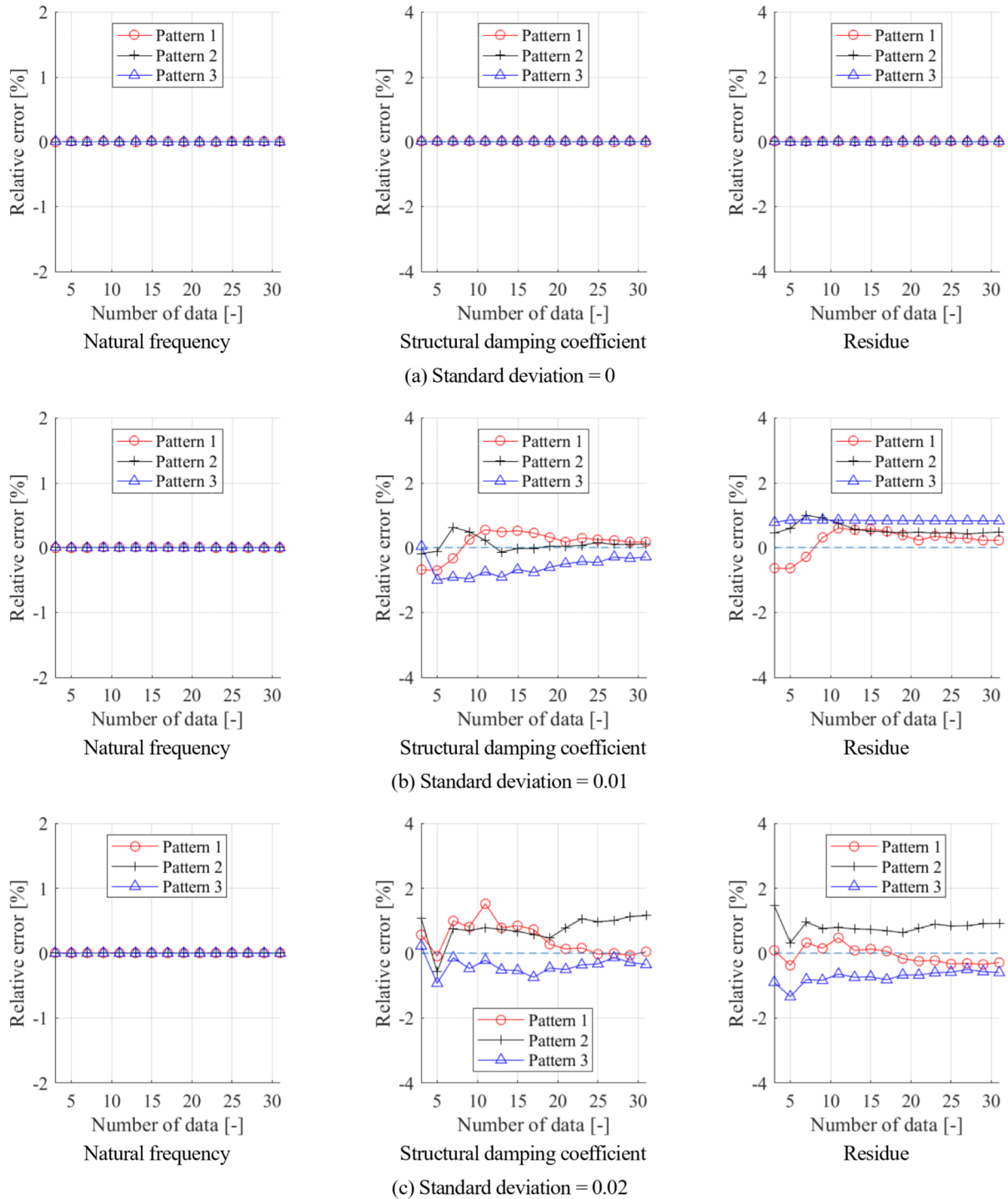


Fig.5 Relative error of each modal properties with/without measurement error in one-degree-of-freedom system. The structural damping coefficient η_p is equal to 1×10^{-2} . The modal parameters are identified using equation (6). The measurement error is expressed by multiplying the random number to real and imaginary data of original FRF. Values of measurement error is given by standard deviation. Figs.5(a), (b) and (c) show the case of standard deviation equal to 0.00, 0.01 and 0.02.

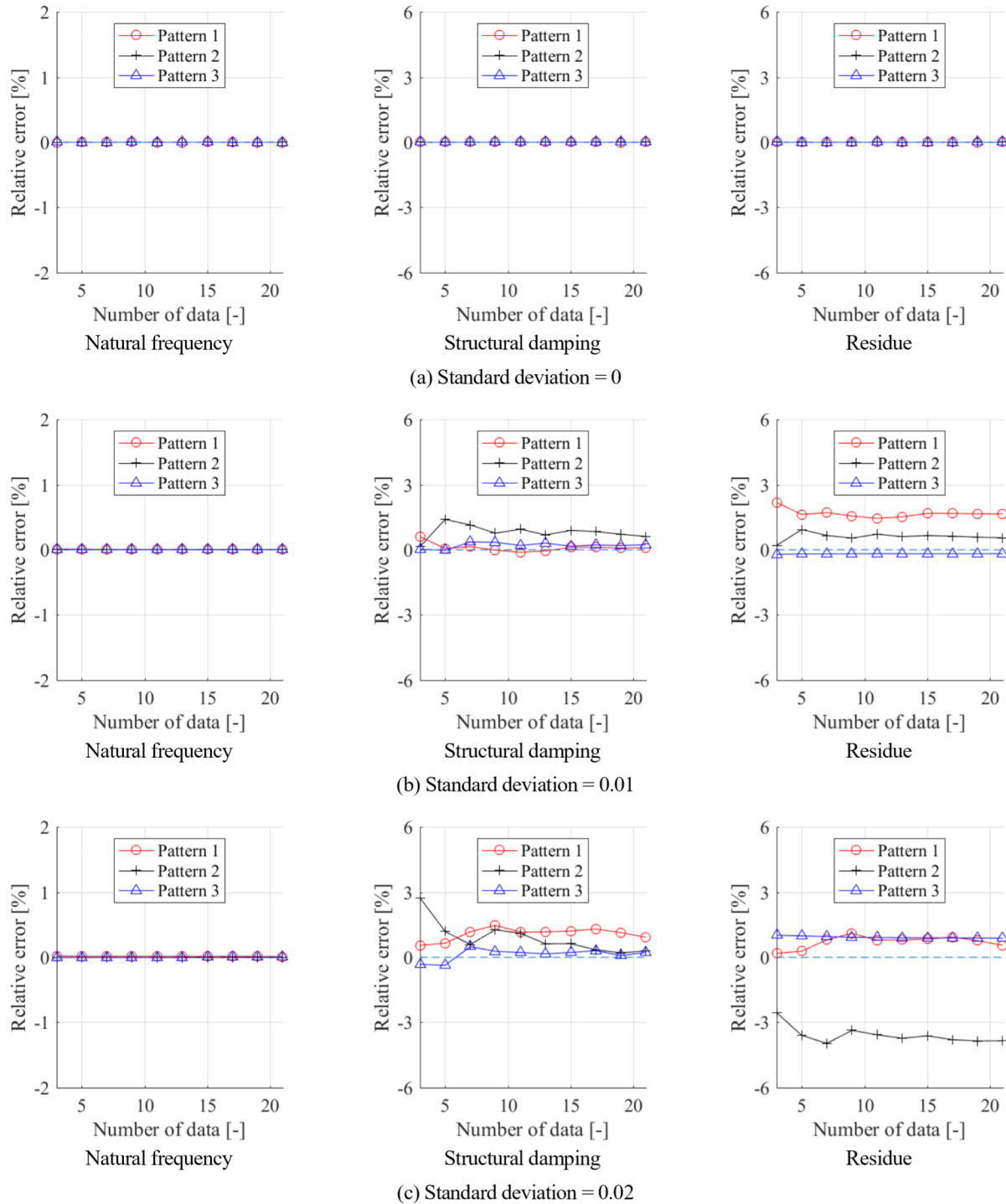


Fig.6 Relative error of each modal properties with/without measurement error in one-degree-of-freedom system. The structural damping coefficient η_p is equal to 1×10^{-4} . The modal parameters are identified using equation (6). The measurement error is expressed by multiplying the random number to real and imaginary data of original FRF. Values of measurement error is given by standard deviation. Figs.6(a), (b) and (c) show the case of standard deviation equal to 0.00, 0.01 and 0.02.

図 5, 6 を確認すると, ノイズの混入がないときには固有振動数, 構造減衰係数, 留数は誤差なく同定できている. 従来の 1 自由度法では同定に必要な数値を近似的に求める必要があるため, ノイズの混入がなくても同定値に誤差が含まれる. 特に減衰特性が小さい場合には同定誤差が大きくなる傾向を示す. 式(6)を基に同定した場合は減衰特性の大きさによらず, そのような誤差は発生しないことがわかる. また, 実験 FRF に混入するノイズの大きさが大きくなることで, 固有振動数に対して減衰特性と留数の同定精度が悪化することがわかる. さらに, その影響は低減衰特性であればより大きくなることがわかる. この同定誤差については式(6)に代入するデータ点数を増やすことで同定精度を相対的に改善できることがわかる.

3・2 目的外のモード成分が混入している場合の 1 自由度法適用時の同定精度

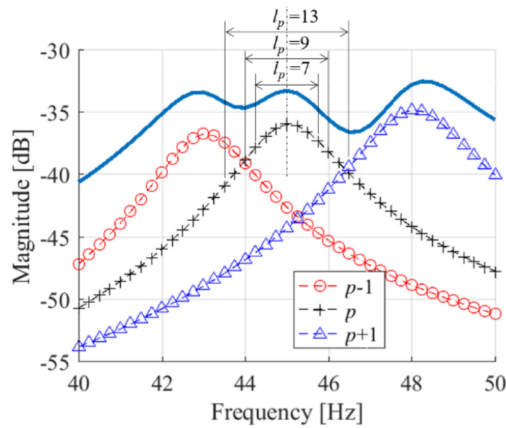
1 自由度法を適用する範囲内に目的外のモードの成分が混入している場合を考える. 上述のように, この条件は各モードの固有振動数間の距離が近い場合や減衰特性が大きい場合に発生する. 本節では 3 自由度系を考え, 2 つ目のピークを構成している 1 自由度系のモード特性の同定精度と解析区間の関係を調査する.

検証の対象とする 3 自由度系を図 7 に示す. 周波数分解能は 0.25Hz で, 解析周波数区間 44-46Hz にあるシンボルプロット+で表された p 次のモード特性の同定について検討する. 図 8(a), (b)は式(6)と式(7)の固有振動数と構造減衰係数の同定精度の比較を示している. なお, 実験 FRF の実部と虚部の各データにノイズを混入させた場合も示す. ノイズの大きさは乱数の標準偏差を基準として SD として併記している. 横軸は固有振動数を中心として左右対称に採用した解析区間のデータ点数 l であり, 縦軸は相対誤差を表している. 図 8(a)より, 式(6)による同定では固有振動数の同定精度は良好であるが, 構造減衰係数の同定精度はデータ点数 l の増加に依存して悪化することがわかる. 式(7)による同定についても概ね同様の傾向であるが, 減衰特性の同定精度については式(7)の方が良いことがわかる. これは式(7)が目的外のモード成分を剰余質量と剰余剛性として同定しているため, 結果として固有振動数と構造減衰係数の同定精度が改善したものと考えられる. よって, 1 自由度法適用時は式(7)を利用の方が優位であることがわかった. また, ノイズの大きさが 0 の場合は, データ点数が少ない方が同定精度が良いという結果になっているが, ノイズが入ることで必ずしもそのような傾向ではないことがわかる.

固有振動数から離れていくにつれ参照するデータに含まれる目的外のモード成分が増加する. そのため, 固有振動数付近のデータで, 同定に用いるデータ点数が少ない方が有利となる. 一方, ノイズが混入している場合には前節で述べたように解析区間を大きくし, 同定に用いるデータ点数 l を増加させる方が同定誤差を抑えるためには有利であり, トレードオフの関係にあることがわかる. そのため, 解析区間のデータ点数を横軸にとると, 相対誤差の絶対値は極小値を持つ. 図 7 より p 次のモードのピークを中心として低周波側の反共振が境界となる場合はデータ点数 $l_p=9$ であり, 高周波側の反共振が境界となる場合は $l_p=13$ となる. 図 8(b)よりノイズの混入によりデータ点数 7 で極小値が存在していることがわかる. この極小値は乱数の与え方によって都度変化するが, 目的とするモード前後にある反共振点よりも外のデータを利用すると誤差が増大する傾向にあることがわかった. これは反共振よりも外側のデータは目的外のモードの成分寄与が大きいデータとなっているためである. そのため, 解析区間としては反共振間までの区間を採用した.

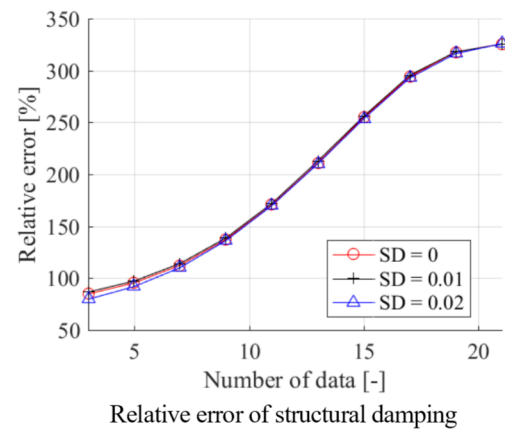
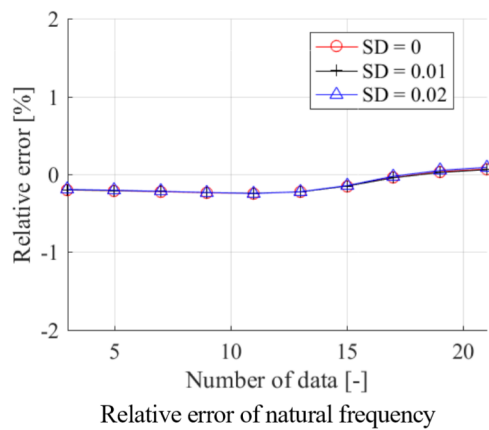
図 9 に式(6)および(7)を適用した場合の多自由度系の同定結果を示す. 周波数分解能は 0.25Hz として, 周波数区間を 40Hz-50Hz, データ点数 $L=41$, FRF の実部と虚部にそれぞれ平均値 1, 標準偏差 0.02 の乱数を乗じたものを解析対象の実験 FRF とした. 図 9 中の(a), (b)はそれぞれ式(6), (7)を利用した場合の結果示している. どちらも繰り返し計算は収束した. 同定精度は同程度であるが, 繰り返し計算回数を確認すると, 24 回と 8 回となっており, 式(7)を利用した方が収束性が高いことがわかる.

以上より, ノイズを含む多自由度系の FRF に対して 1 自由度系のモード特性同定を行う場合, 剰余剛性および剰余質量を考慮した式(7)と, 目的とするモード成分のピーク前後の反共振間を解析区間とすることで同定誤差を相対的に抑えられると考えられる. 次節以降は式(7)を利用して固有振動数と構造減衰係数を同定する.

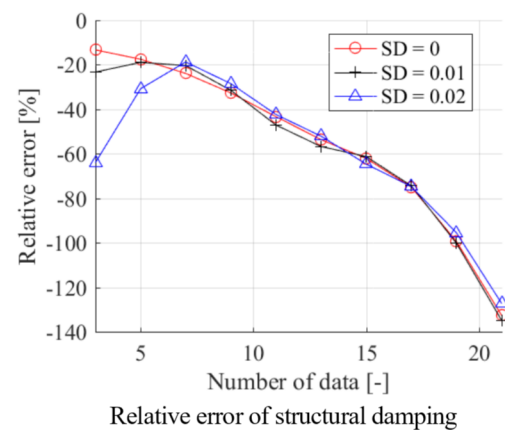
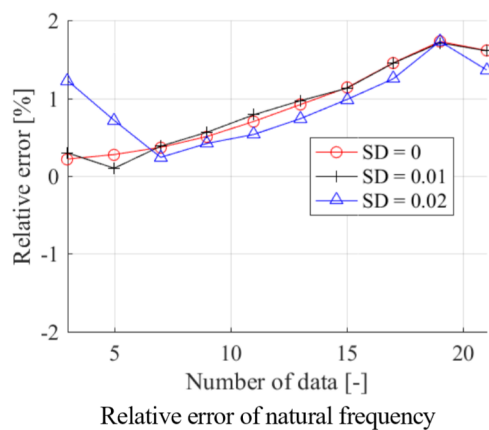


Parameters			
Mode number	f_p [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
$p-1$	43.0000	5×10^{-2}	1×10^{-8}
p	45.0625	5×10^{-2}	1×10^{-8}
$p+1$	48.1250	5×10^{-2}	1×10^{-8}

Fig.7 FRF of the three degrees of freedom system for validation of one degree of freedom method. Modal parameters are shown in the table. We want to identify the modal properties that constitute the central peak that p -th modal order, however there are non-target mode components.

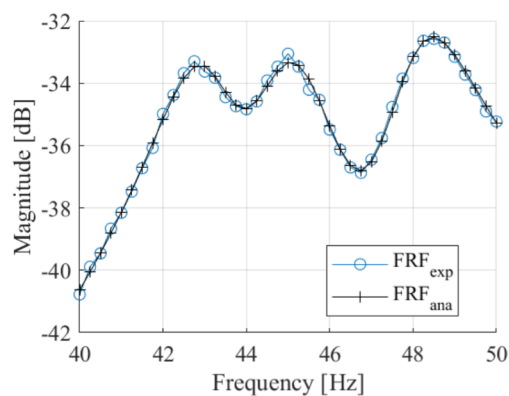


(a) Using equation (6)

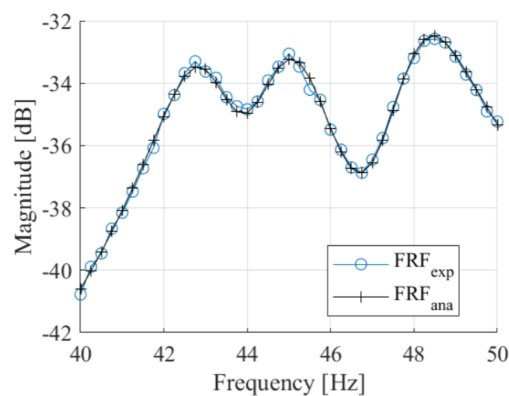


(b) Using equation (7)

Fig.8 Relative errors of modal properties with/without the consideration of the residual mass S and residual stiffness Z . In the case with standard deviation equal to 0.02, the identification accuracy based on equation (7) that takes S and Z into consideration improves.



(a) Using equation (6)

Number of iterative calculation $i=24$ Evaluation of the error $E=3.47$ 

(b) Using equation (7)

Number of iterative calculation $i=8$ Evaluation of the error $E=3.47$

Relative errors [%]

Mode number	(a) Using equation (6)			(b) Using equation (7)		
	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
1	0.00	-0.51	-0.11	0.12	1.04	1.09
2	-0.01	-1.91	-2.03	0.03	1.03	-1.87
3	-0.06	0.59	1.56	-0.02	1.55	1.26

Fig.9 Identification of modal parameters for three degree of freedom using the proposed method. Figs.9(a) and (b) are the conditions using equation (6) and (7) for identification of natural frequency and structural damping, respectively. The analysis frequency section is 40-50 Hz, the frequency resolution is 0.25Hz and the number of data is 41. The modal parameters could be identified well in both equation (6) and (7), however it was found that it is better to use equation (7) for convergence.

3・3 提案する方法における繰り返し計算の収束性

本節においては減衰とノイズの大きさが提案する手法の繰り返し計算の収束性に与える影響について検討する。対象とする実験 FRF は図 7 のものを使用し、標準偏差を 0.00, 0.01, 0.03 と変化させた場合の同定結果を図 10 に示す。なお、標準偏差 0.02 のデータについては図 9(b)を参照できる。標準偏差 0.03 の場合、上限回数に到達した際のデータを示した。標準偏差 0~0.02 までにおいては収束性および同定精度に大きな違いは見られなかった。標準偏差 0.03 の場合については収束しなかったが、その原因としては測定データから解析区間を決めるところで、4 自由度系とみて同定計算を行ったためと考えられる。4 自由度でパラメータを同定しているため、同定精度についても算出していない。ノイズが大きくなるにつれて、ピークが不明瞭になるため、自由度数の決定は重要な課題であると考えられる。

次に標準偏差を 0.02 とし、各モードの構造減衰係数を 8×10^{-2} , 5×10^{-3} , 5×10^{-4} まで変更した場合の結果を図 11 に示す。構造減衰係数が 5×10^{-2} の場合については図 9(b)を参照できる。減衰が小さい条件で収束しており、減衰が小さくなるにつれて繰り返し計算回数が減少することがわかった。これは、ピークが先鋭化し、モード間の影響が小さくなったことによる。一方、高減衰系の条件で収束しなかったが、その原因はノイズの場合と同様、自由度数を 4 と読み間違えたためである。今回考慮したノイズの与えた方の場合、減衰が大きくなるほど共振ピークの判定間違いが発生しやすく、ノイズの影響が顕著に表れる傾向にある。

以上のように、自由度数の判定間違い起こらない範囲内ではノイズの大きさによって収束性および同定精度に大きな変化はないが、減衰が小さくなるにつれて収束性が向上することがわかった。また、ノイズの影響増加によって自由度数の判定間違いが発生した場合、同定精度が保証できないことがわかった。本論文では十分な自由度数の決定方法については検討を行っていないため、今後検討すべき重要な課題であると考えられる。

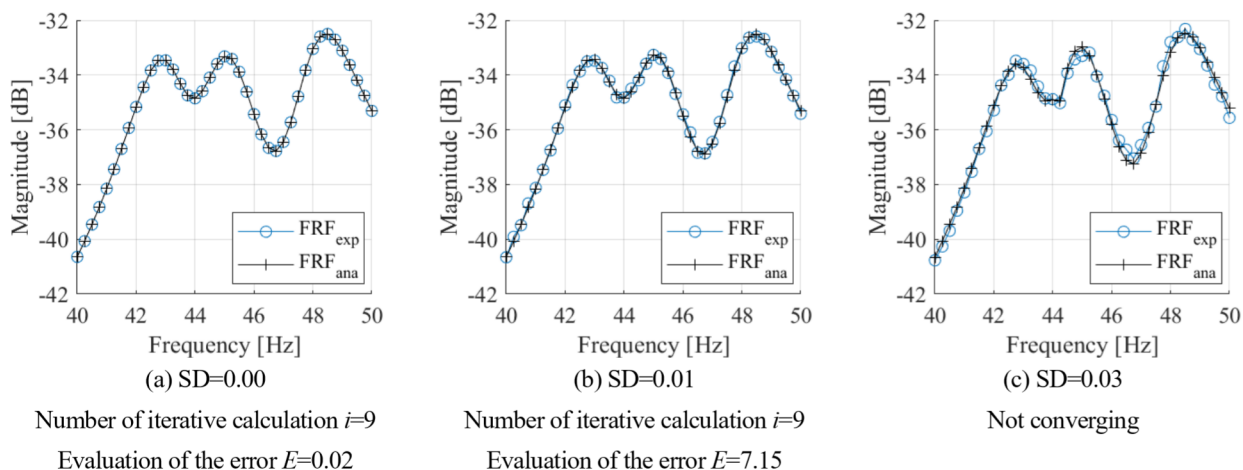


Fig.10 Comparison of FRFs between experimental data and analytical data in the different measurement error values. The measurement error is expressed by multiplying the random number to real and imaginary data of experimental FRF. Values of measurement error is given by standard deviation. Structural damping coefficient of each mode in Figs.10 is 5×10^{-2} . The analysis frequency section is 40-50 Hz, the frequency resolution is 0.25Hz and the number of data is 41. Figs.10(a), (b) and (c) are included in standard derivation equal to 0.00, 0.01, and 0.03. It was found that it is better in FRF with low noise for identification accuracy.

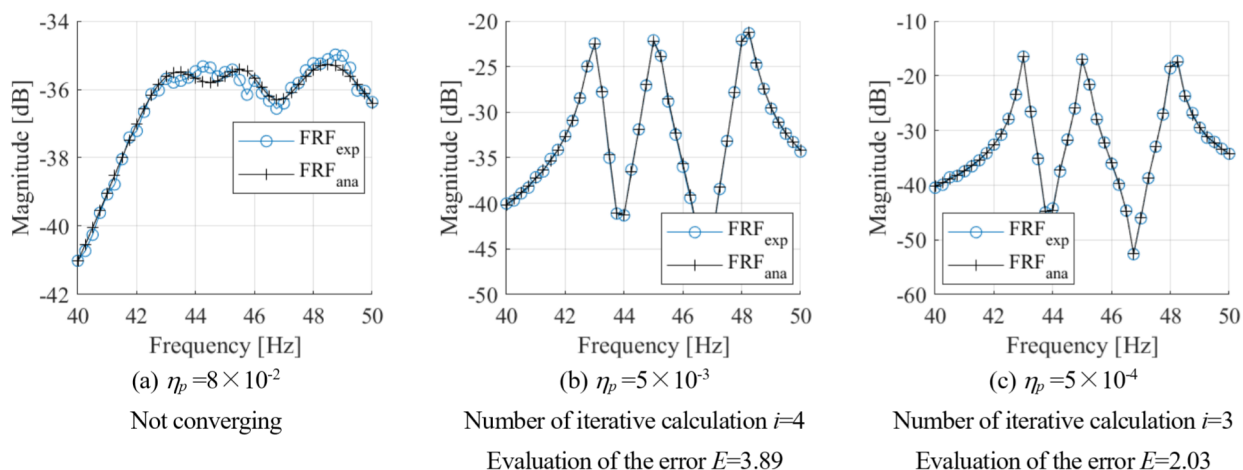


Fig.11 Comparison of FRFs between experimental data and analytical data in the structural damping coefficient. Standard derivation of each system in Figs.10 is standard derivation equal to 0.02. The analysis frequency section is 40-50 Hz, the frequency resolution is 0.25Hz and the number of data is 41. Structural damping coefficients of Figs.10(a), (b) and (c) are 8×10^{-2} , 5×10^{-3} , and 5×10^{-4} . It was found that it is better in FRF with low structural damping coefficient for identification accuracy.

4. 数値計算による多自由度同定の精度検証

4・1 周波数区間外にモードが存在する場合の同定精度

本節においてはモード特性の同定対象外のモードが存在する場合の同定精度について示す。図 12 に 5 自由度系の中央 3 自由度系のモード特性同定を行った計算例を示す。高減衰系, 低減衰系について計算を行っている。周波数分解能は 0.25Hz として, FRF の実部と虚部にそれぞれ平均値 1, 標準偏差 0.02 の乱数を乗じたものを解析対象の実験 FRF とした。解析対象区間は 3 つの共振ピークが存在している 40Hz-50Hz として, データ点数 L は 41 でモード特性の同定を行った。収束時の繰り返し計算回数とそのときの同定値の相対誤差を図 12 内の表にまとめた。低減衰系では実験 FRF と解析 FRF は良好に一致しており, 高精度にモード特性を同定できていることがわかる。また, 高減衰系では実験 FRF と解析 FRF は一致していないが, 対象としたモード特性は比較的精度よく同定できていることがわかる。ただし, 同じ 3 自由度モード同定である図 9 と比較すると, 図 12 の高減衰系の場合は同定精度が悪い。この要因は周波数区間に低周波側と高周波側に目的外のモードが存在しており, 高減衰特性のためにその共振峰のすその影響が現れていると考えられる。実験 FRF と解析 FRF が一致していない原因も同様である。低減衰特性の場合, 共振峰のすそは狭いため, 図 12 のように目的外のモードが存在しても影響が現れない場合がある。

4・2 多自由度系における同定精度

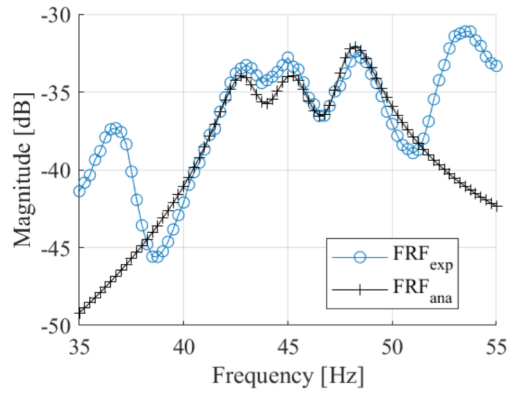
自由度数をさらに増やした条件で同定精度の検証を行った。各条件は次の通りである。

図 13 : 6 自由度系のモード特性同定 (高減衰系, 低減衰系)

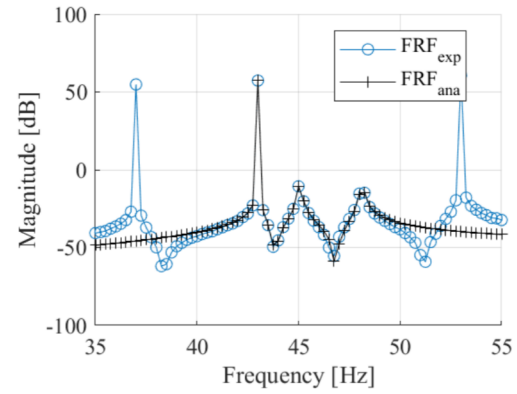
図 14 : 8 自由度系のモード特性同定 (高減衰系, 低減衰系)

周波数分解能は 0.25Hz として, FRF の実部と虚部にそれぞれ平均値 1, 標準偏差 0.02 の乱数を乗じたものを解析対象の測定データとした。解析対象区間は 35Hz-55Hz として, データ点数 L は 81 である。図 13 と 14 を比較すると対象周波数範囲あたりの自由度が増加することで, 高減衰系でモード特性の同定精度が悪化することがわかる。モード密度を対象周波数範囲あたりの自由度と定義した場合, モード密度が増加した関係で, 1 自由度法に利用できるデータ点数が少なくなっており, ノイズの影響を受けやすくなったものと考えられる。また, 低減衰系の場合は, 共振ピークのすその影響が現れるほど共振ピークが近接しない場合には少ないデータ点数で精度よくモード特性を同定できる。そのため, 図 13(b), 14(b)の条件では高精度に同定できている。図 9(b)と図 13(a)は同じモード密度の場合であるが, 図 13(a)の同定精度が多少悪化していることがわかる。これは 6 次モード固有振動数が 54Hz であり, 高周波側のデータを十分に利用することができないため同定精度が悪化したためと考えられる。上述のように 1 自由度法に利用できるデータ点数によって同定精度が依存するということがわかる。図 12~14 より, 高減衰系に比べ低減衰系の方が繰り返し計算回数が少なく, 収束が早いことが分かる。また, 測定データとしてピークを完全に捉えることができている場合であっても高精度に同定できている。そのため, 低減衰系においては従来の多自由度法よりも優位性があると考えられる。高減衰系については従来の多自由度法と比較して優位性を示すことができていないが, 少なくとも実用上利用できる精度は有していると考えられる。

以上のように, 図 12~14 のような実用的なモード密度を有する実験 FRF に対して高減衰系, 低減衰系のどちらの場合においても十分に精度良く同定できていることがわかり, 実用上利用できる精度は有しているものと考えられる。



(a) High damping system

number of iterative calculation $i=8$ Evaluation of the error $E=16.10$ 

(b) Low damping system

number of iterative calculation $i=3$ Evaluation of the error $E=3.78$

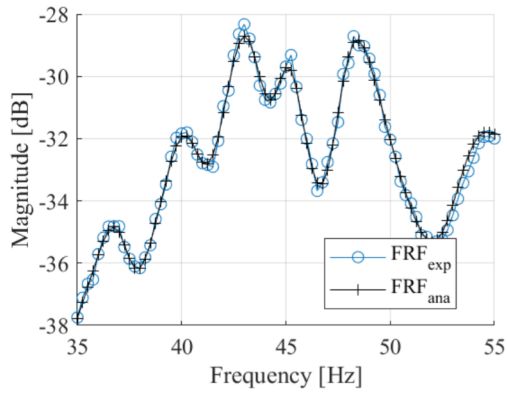
Parameters

Mode number	f_{np} [Hz]	η_p [-]		$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
		(a)	(b)	
1	37.0000	5×10^{-2}	1×10^{-6}	1×10^{-8}
2	43.0000	5×10^{-2}	1×10^{-6}	1×10^{-8}
3	45.0625	5×10^{-2}	1×10^{-6}	1×10^{-8}
4	48.1250	5×10^{-2}	1×10^{-6}	1×10^{-8}
5	52.0000	5×10^{-2}	1×10^{-6}	1×10^{-8}

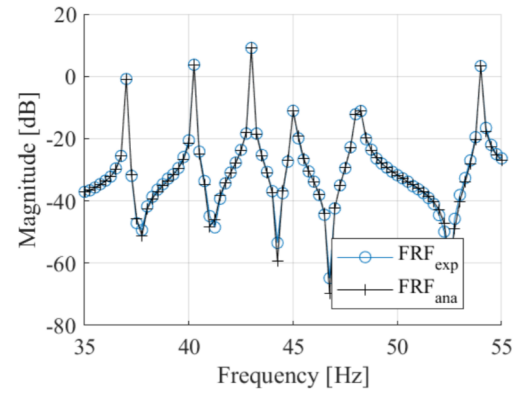
Relative errors [%]

Mode number	(a) High damping system			(b) Low damping system		
	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
2	0.13	1.62	6.28	0.00	-1.06	-1.30
3	-0.19	-3.49	2.83	0.00	-0.02	-3.13
4	0.40	11.49	6.25	0.00	0.48	0.03

Fig.12 Identification of modal parameters for three degree of freedom in five degree of freedom using the proposed method. Figs.12(a) and (b) are the conditions as $\eta_p=5 \times 10^{-2}$ and $\eta_p=1 \times 10^{-6}$, respectively. Other modal parameters are shown in the table. The analysis frequency section is 40-50 Hz, the frequency resolution is 0.25Hz and the number of data is 41. It was found that modal parameters were identified with high accuracy.



(a) High damping system

number of iterative calculation $i=11$ Evaluation of the error $E=10.08$ 

(b) Low damping system

number of iterative calculation $i=3$ Evaluation of the error $E=9.21$

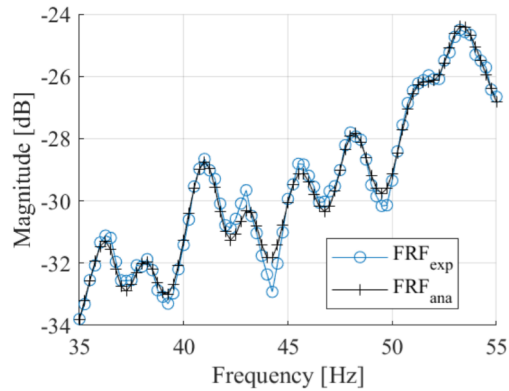
Parameters

Mode number	f_{np} [Hz]	η_p [-]		$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
		(a)	(b)	
1	37.0000	6×10^{-2}	6×10^{-4}	1×10^{-8}
2	40.2500	6×10^{-2}	6×10^{-4}	1.5×10^{-8}
3	43.0000	5×10^{-2}	5×10^{-4}	2×10^{-8}
4	45.0625	4×10^{-2}	4×10^{-4}	1×10^{-8}
5	48.1250	5×10^{-2}	5×10^{-4}	1.5×10^{-8}
6	54.0000	8×10^{-2}	8×10^{-4}	1×10^{-8}

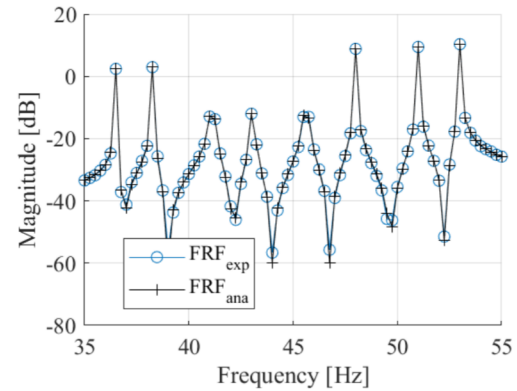
Relative errors [%]

Mode number	(a) High damping system			(b) Low damping system		
	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
1	-0.05	0.11	4.00	0.00	0.31	-0.50
2	-0.02	-4.47	-0.47	0.00	3.93	7.45
3	-0.05	-6.25	-3.65	0.00	-1.19	0.75
4	0.03	-0.73	3.98	0.00	-2.35	-3.55
5	0.01	0.02	0.78	0.00	-0.57	0.18
6	0.36	5.91	6.50	0.00	3.04	7.18

Fig.13 Identification of modal properties for six degree of freedom using the proposed method. Modal parameters are shown in the table. The analysis frequency section is 35-55 Hz, the frequency resolution is 0.25Hz and the number of data is 81. It was found that modal parameters were identified with high accuracy.



(a) High damping system

number of iterative calculation $i=11$ Evaluation of the error $E=29.34$ 

(b) Low damping system

number of iterative calculation $i=3$ Evaluation of the error $E=4.51$

Parameters

Mode number	f_{np} [Hz]	η_p [-]		$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
		(a)	(b)	
1	36.5000	4×10^{-2}	4×10^{-4}	1×10^{-8}
2	38.2500	6×10^{-2}	6×10^{-4}	1.5×10^{-8}
3	41.1250	5×10^{-2}	5×10^{-4}	2×10^{-8}
4	43.0625	4×10^{-2}	4×10^{-4}	1×10^{-8}
5	45.6250	5×10^{-2}	5×10^{-4}	1.5×10^{-8}
6	48.0000	5×10^{-2}	5×10^{-4}	1.5×10^{-8}
7	51.0000	5×10^{-2}	5×10^{-4}	1.5×10^{-8}
8	53.0000	5×10^{-2}	5×10^{-4}	1×10^{-8}

Relative errors [%]

Mode number	(a) High damping system			(b) Low damping system		
	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]	f_{np} [Hz]	η_p [-]	$\frac{\phi_{r,p}\phi_{e,p}}{k_p}$ [m/N]
1	0.12	-15.34	-15.55	0.00	-1.37	-1.82
2	-0.22	2.64	9.93	0.00	0.91	3.32
3	0.05	-3.86	-2.90	0.00	-1.64	0.21
4	-0.19	-7.43	6.13	0.00	-1.35	-0.21
5	0.16	-12.15	-9.81	0.01	0.69	-0.97
6	-0.13	6.08	10.63	0.00	-1.91	-3.39
7	-0.04	-12.99	-18.40	0.00	-3.13	0.46
8	-0.05	13.68	16.74	0.00	-0.59	0.58

Fig.14 Identification of modal properties for eight degree of freedom using the proposed method. Modal parameters are shown in the table. The analysis frequency section is 35-55 Hz, the frequency resolution is 0.25Hz and the number of data is 81. It was found that modal parameters were identified with high accuracy.

5. 結 言

本研究では単点参照において高減衰系，低減衰系に関わらず高精度にモード特性を同定できる新しい多自由度法についての検討を行った．得られた知見を示す．

1. 多自由度法の一つであるモード分離法に周波数応答関数の虚部と実部の連立を利用したモード特性同定法（1自由度法）を適用することで，低減衰系，高減衰系に関わらず高精度にモード特性を同定できる方法を提案した．提案した方法を従来の多自由度法と比較して優位な点はピークを明確に捉えることができている低減衰の多自由度系のモード特性を高精度に同定でき，その計算過程が簡易である点である．測定データを各モードの解析区間に分離し，各解析区間のデータを1自由度系として固有振動数および構造減衰係数を求め，留数については元の測定データを基に多自由度系として最小二乗法を利用して同定する方法である．そのため，提案法の同定精度は1自由度法における固有振動数および構造減衰係数の同定精度に依存する．
2. 1自由度法を適用する解析区間内に目的外のモードの成分が混入している場合，目的とするモードの固有振動数から離れるにつれ，目的外のモード成分の周波数データへの寄与が大きくなる．一方，ノイズが混入している場合には1自由度法による同定時に利用する測定データ点数を増加させる方が同定誤差を抑えるためには有利である．そのため，周波数データの区間の選定においてモード特性の同定精度に対するノイズと目的外のモード成分による誤差の影響はトレードオフの関係にある．
3. ノイズの混入により1自由度法適用時に利用する測定データの最適な区間は異なるが，目的とするモードの共振前後の反共振間から外のデータを利用するとモード特性の同定誤差が大きくなることを確認した．
4. 提案法における同定結果の収束判定については各モード特性の更新時の相対変化量の二乗平均平方根の値を閾値とした．このとき，自由度数の判定間違い起こらない範囲内ではノイズの大きさによって収束性は変わらないが，減衰が小さくなるにつれて収束性が向上することがわかった．今回取り上げた数値解析例では収束した条件については同定精度が高いことを確認した．一方，ノイズの影響によって自由度数の判定間違いが発生した場合，収束することはなく，同定精度を保証できない．本論文では最適な自由度数の決定方法については検討を行っていないが，今後検討すべき重要な課題であると考えられる．
5. 提案法の数値計算による検証より，高減衰系(構造減衰係数 10^{-2} オーダー)および低減衰系(構造減衰係数 $10^{-6} \sim 10^{-4}$ オーダー)を示す多自由度系のモード特性同定が可能であることを示した．

今後，同定精度に大きな影響を与えられる自由度数の決定方法や，従来の多自由度法との比較検証等について取り組む予定である．

文 献

- Ewins, D. J., Modal testing, theory, practice, and application (2nd edition) (2000), pp.422-427, RESEARCH STUDIES PRESS LTD.
- Guillaume, P., Verboven, P. and Vanlanduit, S., Frequency-domain maximum likelihood identification of modal parameters with confidence intervals, Proceedings of international conference on noise and vibration engineering ISMA23(1998), pp. 359-366.
- 日野順市，河本忠幸，芳村敏夫，部分空間法を用いたインパルス加振によるモード特性同定に関する研究，日本機械学会論文集 C 編，Vol.73，No.726(2007)，pp.406-413.
- 日野順市，増川智祐，園部元康，周波数領域部分空間法によるモード特性同定（剰余項の考慮とモデル次数の推定について），日本機械学会論文集 C 編，Vol.79，No.804(2013)，pp.2792-2803.
- Kawamura, S., Yamamoto, J. and Minamoto, H., Model-based diagnosis approach for a beam structure using the modified mathematical model, Journal of system design and dynamics, Vol.5, No.2(2011), pp.306-319.
- 河村庄造，加藤佑一，原田政広，感本広文，低減衰特性を有する部材の振動特性評価に関する研究，日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2013 USB 論文集(2013)，Paper No.322.
- 河村庄造，喜多雅人，松原真己，低減衰性能を有する部材のモード特性同定に関する研究，日本機械学会 2015 年度年次大会講演論文集(2015)，Paper No. G1000306.
- Kawamura, S., Kita, M., Matsubara, M. and Ise, T., Study of the effect of specimen size and frequency on the structural damping

- property of beam, Mechanical Engineering Journal, Vol.3, No.6(2016), DOI: 10.1299/mej.16-00446.
- 北原篤, 吉村卓也, 周方向縮約法を用いた円筒シェル構造物のモード特性同定, 日本機械学会論文集, Vol.81, No.822(2015), DOI: 10.1299/transjsme.14-00461.
- モード解析ハンドブック編集委員会, モード解析ハンドブック(2000), コロナ社.
- 長池勝, 長松昭男, モード解析に関する研究 (第1報, はん用の曲線適合プログラムの作成と基礎的検討), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.49, No.507(1983), pp.2076-2084.
- 長松昭男, モード解析(1985), 培風館.
- 長松昭男, モード解析入門(1993), 培風館.
- Peeters, B., Lowet, G., H. Van Der Auweraer, H. V. D. and Leuridan, J., A new procedure for modal parameter estimation, Sound and Vibration, 38, 1(2004), pp. 24-29.
- Shih, C. Y., Tsuei, Y. G., Allemang, R. J. and Brown, D. L., Complex mode indication function and its applications to spatial domain parameter estimation, Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference (IMAC VII) (1989), pp. 533-540.
- Sitarz, P. and Powalka, B., Dual ant colony operational modal analysis parameter estimation method, Mechanical system and signal processing, 98(2018), pp.231-267.
- Wang, S., Sato, H. and Otori, M., New Approaches to the Modal Analysis for Machine Tool Structure, Journal of Engineering for industry, Vol.106, No.1(1984), pp.40-47.
- 吉村卓也, 長松昭男, モード解析に関する研究 (第7報, 周波数応答関数の分散の推定方法), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.54, No.507(1988), pp.2514-2521.
- 吉村卓也, 長松昭男, モード解析に関する研究 (第9報, 多点加振に対応した最尤法に基づく曲線適合方法の提案 - その1), 日本機械学会論文集 C 編, Vol.56, No.523(1990), pp.527-536.

References

- Ewins, D. J., Modal testing, theory, practice, and application (2nd edition) (2000), pp.422-427, RESEARCH STUDIES PRESS LTD.
- Guillaume, P., Verboven, P. and Vanlanduit, S., Frequency-domain maximum likelihood identification of modal parameters with confidence intervals, Proceedings of international conference on noise and vibration engineering ISMA23(1998), pp. 359-366.
- Hino, J., Komoto, T. and Yoshimura, T., Identification of modal parameters for impulse excitation by using subspace algorithm, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering, Series C, Vol.73, No.726(2007), pp.406-413 (in Japanese).
- Hino, J., Masukawa, T. and Sonobe, M., Identification of modal parameters by frequency domain subspace method (Consideration of residual terms and estimation of model order), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering, Series C, Vol.79, No.804(2013), pp.2792-2803 (in Japanese).
- Kawamura, S., Yamamoto, J. and Minamoto, H., Model-based diagnosis approach for a beam structure using the modified mathematical model, Journal of system design and dynamics, Vol.5, No.2(2011), pp.306-319.
- Kawamura, S., Kato, Y., Harada, M. and Minamoto, H., Estimation of dynamic properties of a lightly damped element, Proceeding of Dynamics and Design Conference 2013(2013), Paper No.322(in Japanese).
- Kawamura, S., Kita, M. and Matsubara, M., Identification of modal properties of a lightly damped element, DVD-Proceedings of the 2015 Annual meeting (2015), Paper No.G1000306 (in Japanese).
- Kawamura, S., Kita, M., Matsubara, M. and Ise, T., Study of the effect of specimen size and frequency on the structural damping property of beam, Mechanical Engineering Journal, Vol.3, No.6(2016), DOI: 10.1299/mej.16-00446.
- Kitahara, A. and Yoshimura, T., Modal identification of cylindrical shell using circumference reduction method, Transactions of the JSME(in Japanese), Vol.81, No.822(2015), DOI: 10.1299/transjsme.14-00461.
- Modal Analysis handbook editorial committee, Modal analysis handbook(2000), Corona publishing (in Japanese).
- Nagaike, M. and Nagamatsu, A., Research on modal analysis (1th report, General purpose program of curve fitting and basic study), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering, Series C, Vol.49, No.447(1983), pp.2076-2084 (in Japanese).
- Nagamatsu, A., Introduction to Modal analysis (1993), Baifukan (in Japanese).
- Nagamatsu, A., Modal Analysis (1985), Baifukan, p.86 (in Japanese).
- Peeters, B., Lowet, G., H. Van Der Auweraer, H. V. D. and Leuridan, J., A new procedure for modal parameter estimation,

Sound and Vibration, 38, 1(2004), pp. 24-29.

Shih, C. Y., Tsuei, Y. G., Allemang, R. J. and Brown, D. L., Complex mode indication function and its applications to spatial domain parameter estimation, Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference (IMAC VII) (1989), pp. 533-540.

Sitarz, P. and Powalka, B., Dual ant colony operational modal analysis parameter estimation method, Mechanical system and signal processing, 98(2018), pp.231-267.

Wang, S., Sato, H. and Ohori, M., New Approaches to the Modal Analysis for Machine Tool Structure, Journal of Engineering for industry, Vol.106, No.1(1984), pp.40-47.

Yoshimura, T. and Nagamatsu, A., Research on modal analysis (7th report, Estimation of variance of the frequency response function), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering, Series C, Vol.54, No.507(1988), pp.2514-2521 (in Japanese).

Yoshimura, T. and Nagamatsu, A., Research on modal analysis (9th report, Proposition of multireference curve-fitting based on the maximum likelihood method – part1), Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering, Series C, Vol.56, No.523(1990), pp. pp.527-536 (in Japanese).