

プレストレス木箱桁橋の力学挙動と剛性評価

環境構造工学講座 修工 12-138 滝田 拓史
指導教員 後藤 文彦・徳重 英信

1. はじめに

間伐材の有効利用のために考案されたオンサイト木橋等のプレストレス木箱桁橋は、組み立てが簡単で応急橋としても適しているため、これを更に被災地での運搬や架設の容易性に特化した合板を用いた木橋も提案されている¹⁾。プレストレス木箱桁橋は、プレストレス木床版状の平板構造 2 段を合板や鋼板で図-1, 2 のように固定したプレストレス木箱桁橋が基本構造になっているが、曲げ試験で得られる剛性は、断面の剛性から初等梁理論で算定される剛性よりも 5 割程度以上も低くなることもある。これは、プレストレス木平板部分のバットジョイントによる影響がせいぜい 1 割程度あるものの、主要な影響は箱桁のせん断変形によるものと考えられる。またこうした構造は、過大な荷重を受けた場合に鋼板上部が局部座屈する可能性があることから、その剛性の評価を適切に行うことが重要である。そこで、本研究では、有限要素モデルによる解析例と 3 点曲げ荷重試験結果とを比較しながら、プレストレス木箱桁橋の剛性評価を考察する。

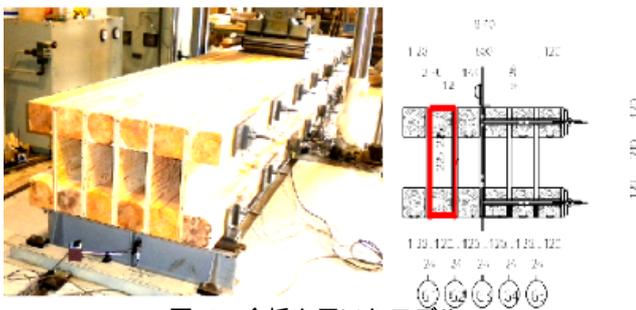


図-1 合板を用いたモデル

2. せん断補正係数

プレストレス木箱桁を利用したオンサイト応急橋では、せん断変形の影響が大きいので、この影響を厳密に評価するには有限要素法による 3 次元モデル化を行うのがより正確な方法ではあるが、この章ではより簡単にティモシェンコ梁のたわみの式を利用



図-2 鋼板を用いたモデル(補剛材なし)

する方法について考察する。中央集中荷重を受ける単純梁の中央のたわみ、先端に集中荷重を受ける片持ち梁の先端のたわみに対するティモシェンコ梁のたわみの式はそれぞれ以下のように表される。

$$v_{\text{単純}} = \frac{P\ell^3}{48EI} + \frac{P\ell}{4kGA} \quad (1)$$

$$v_{\text{片持ち}} = \frac{P\ell^3}{3EI} + \frac{P\ell}{kGA} \quad (2)$$

ここで、 P は荷重、 ℓ はスパン長、 E はヤング率、 I は断面 2 次モーメント、 G はせん断弾性係数、 A は断面積である。 k はせん断補正係数で、等方性材料の薄肉箱型断面では、Cowper²⁾が以下の式を導いている。

$$k = 10(1 + \nu)(1 + 3m)^2 / \{ (12 + 72m + 150m^2 + 90m^3) + \nu(11 + 66m + 135m^2 + 90m^3) + 10(3m + 3m^2) \} 3$$

$$m = \frac{bt_1}{ht_2}, n = \frac{b}{h},$$

ここで b, t_1, t_2, h は、図-3 のせん断補正係数算定断面に示される諸量である。木材のみで箱断面が構成されているモデルの場合、厳密には木材は異方性材料ではあるが、ポアソン比 ν を便宜的に 0 にするなどして、この Cowper のせん断補正係数²⁾を近似的に利用できる。式 (1), (2) のせん断たわみ項の kGA の G については、木材の曲げ面内のせん断に対する平均的なせん断弾性係数を用いればいいだろう。

一方、木材と鋼部材で箱断面が構成されているモデルの場合、この Cowper のせん断補正係数は利用できない。このような2種類の材料からなる薄肉箱型断面に対しては、Bank³⁾が、以下のような修正せん断補正係数を導いている。

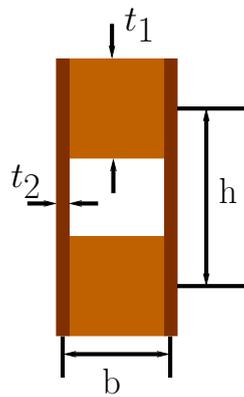


図-3 Cowper のせん断補正係数算定断面

$$k^* = 20(\alpha + 3m)^2 / \left\{ \frac{E_1}{G_1} (60m^2n^2 + 60\alpha mn^2) + \frac{E_1}{G_2} (180m^3 + 300\alpha m^2 + 144\alpha^2 m + 24\alpha^3) + \nu_1(-30m^2n^2 - 50\alpha mn^2) + \nu_2(30m^2 + 6\alpha m - 4\alpha^2) \right\} \quad (4)$$

$$m = \frac{bt_1}{ht_2}, \quad n = \frac{b}{h}, \quad \alpha = \frac{E_2}{E_1}$$

ここで $b, t_1, t_2, h, E_1, E_2, G_1, G_2, \nu_1, \nu_2$ は、図-3のせん断補正係数算定断面に示される諸量である。

Bank の修正せん断補正係数 k^* は、単純梁の場合、式 (1) のせん断たわみ項の kGA を k^*EA に換えて用いる。そこで、このせん断項の EA については、木部材と鋼部材という軸

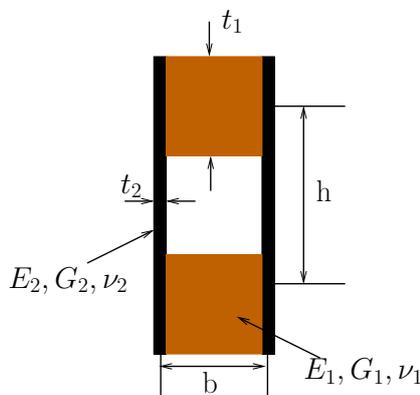


図-4 Bank のせん断補正係数算定断面

方向の伸び剛性の異なる2種類のバネの合成と考え、合成伸び剛性 $E_{木}A_{木} + E_{鋼}A_{鋼}$ を用いればいいだろう。Bank の修正せん断補正係数 k^* 、Cowper のせん断補正係数 k 、よく用いられる長方形断面のせん断補正係数 $\frac{5}{6}$ との関係性を把握しておくため、いくつかの試算をする。まず、1種類の等方性材料(具体的には $E = 206\text{GPa}$ 、 $G = 79\text{GPa}$ の鋼材)

からなる箱型断面に対して、桁高/桁幅の比を 0.02 から 40 まで変化させた場合の Bank と Cowper のせん断補正係数の変化を図-5 に示す。Bank のせん断補正係数は、せん断項の中で kGA で表される Cowper のせん断補正係数と比較できるように、 $\frac{E}{G}k^*$ の値をプロットしている。Bank のせん断補正係数は Cowper のせん断補正係数よりも 2.5% 程度高めではあるが、桁高/桁幅の比の増加とともに同じように単調に増加し、極端に縦に長い断面では長方形断面のせん断補正係数 $\frac{5}{6} \approx 0.833$ に収束している。このように、1種類の等方性材料に対しては、Bank のせん断補正係数は Cowper のせん断補正係数とほぼ同じ値をとる。

では、プレストレス木平板を鋼部材で連結したタイプの応急橋のように、2種類の材料の場合、Cowper のせん断補正係数は適用できず、Bank のせん断補正係数を適用することになるが、1種類の等方性材料に対しては Cowper のせん断補正係数とほぼ近い値をとる Bank のせん断補正係数が、材料のヤング率比、せん断弾性係数比が離れるにしたがって、どの程度 Cowper の値から変化するかを示したのが図-6 である。水平面2軸のヤング率比、せん断弾性係数比がともに1となっている点が1種類の鋼材のみの断面に対応し、その対角線上の端にあるヤング率比が0.03、せん断弾性係数比が0.005の点が鋼板と木材からなる断面に対応している。木材と鋼材とからなる箱桁応急橋の断面のせん断補正係数は、幅が広い箱型断面のためかなり小さい値となるが、1種類の等方性材料に対する Cowper のせん断補正係数 0.03 よりも2倍以上大きく 0.07 程度の値になる。

3. 解析例 合板を用いたモデル

角材と合板を用いたオンサイト応急橋について、3点曲げ载荷(図-7)に対する中央部たわみの実験値、ティモシェンコ梁理論、初等梁理論のたわみ、有限要素法による解析値を比較する。ティモシェンコ梁のたわみの式におけるせん断補正係数 k は、箱桁が幅員方向に並んでいると考えて図-1の赤線で示

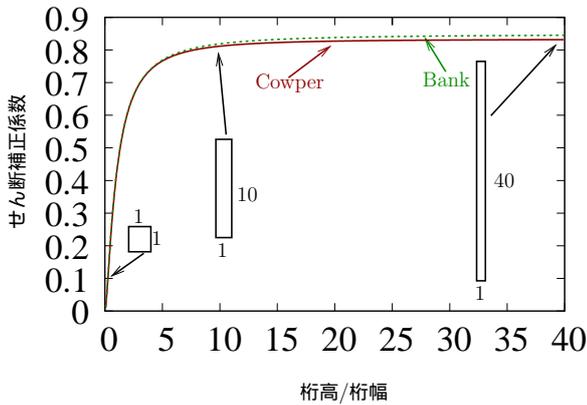


図-5 箱断面のせん断補正係数（鋼材）

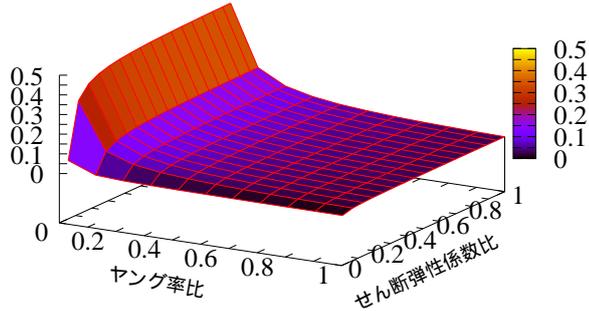


図-6 Bank のせん断補正係数（合成断面）

す箱型断面に対して Cowper の式 (3) を適用する。今回の断面の場合、式 (3) において、 $b = 849\text{mm}$ 、 $h = 330\text{mm}$ 、 $t_1 = 120\text{mm}$ 、 $t_2 = 12\text{mm}$ を代入すると得られる $k = 0.1975$ を用いる。図中に赤で示した「FEM 単純」は、単純梁を全体解析したモデルを、図中に紫で示した「FEM 片持ち」は、単純梁の半解析とみなした片持ち梁のモデルを有限要素解析ツール CalculiX の直方体要素 (C3D8) で解析した結果である。合板部分の要素と角材部分の要素は $E = 5.69\text{GPa}$ の同一の材料で、接合面では節点を共有しているものとし、プレストレスは考慮していない。3点曲げ载荷によるたわみの実験値は、せん断変形を無視した初等梁のたわみよりは 8 割程度も大きくなるが、ティモシェンコ梁理論に対する誤差は 5% 程度、FEM に対する誤差は片持ち梁、単純梁モデルともに 9% 程度となり、せん断変形を考慮したティモシェンコ梁理論や FEM と十分に近い値となった。このモデルに関しては、ティモシェンコ梁理論でも十分に実用範囲の近似ができていていると思われるが、図-1 の箱断面が十分に薄肉と見なせない範囲では、精度が悪くなると思われるので、どの

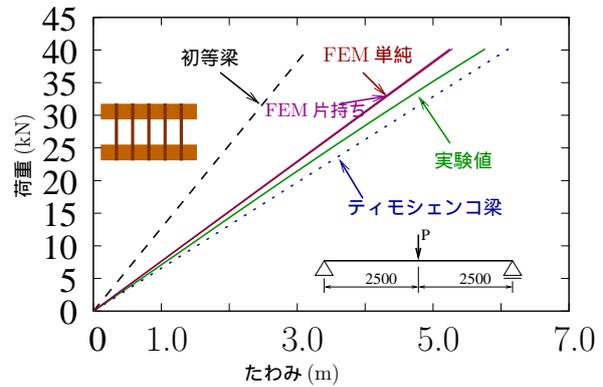


図-7 応急橋 荷重-変位関係 (3点曲げ)

程度の断面まで適用できるかを確認するため、断面の幅は変えずに断面の高さを変えて比較してみる。FEM で得られたたわみとティモシェンコ梁理論のたわみを、初等梁理論のたわみで無次元化したものを図-8、に示す。やはり桁高が極端に低い場合、極

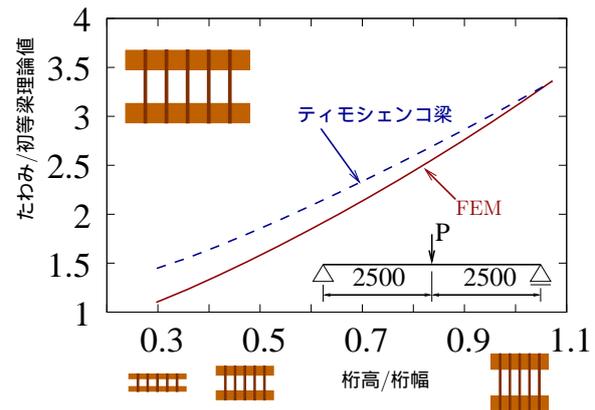


図-8 応急橋 せん断たわみ-桁高関係 (3点曲げ)

端に高い場合はティモシェンコ梁理論の近似精度は落ちてくるが、応急橋として実用的な桁高/桁幅の比が 0.6 前後の領域では、ティモシェンコ梁理論で十分に近似できるものと考えられる。

4. 解析例 鋼板を用いたモデル (継手なし)

2 段のプレストレス木床版の連結に図-2 のような三角孔を設けた鋼板を用いたモデル¹⁾では、合板を用いた応急橋ほどではないものの、曲げ試験により得られる剛性は、初等梁理論より 4 割程度低くなる。そこで、鋼板を用いたモデルについても前節と同様の考察を行う。前節と同様に 3 点曲

げ載荷の結果と各理論値を図-9 に示す。図中に示す「ティモシェンコ梁」は $\frac{Pl^3}{48EI} + \frac{Pl}{4k^*EA}$ で表されるたわみの式に、式(5)で与えられる修正せん断補正係数 k^* を適用した。今回の断面の場合、具体的には、図-4のせん断補正係数算定断面に示す2種類の材料からなる箱型合成断面に対して、 $E_1 = E_w = 6.921\text{GPa}$, $E_2 = E_s = 206\text{GPa}$, $G_1 = G_w = E_w/15 = 461\text{MPa}$, $G_2 = G_s = 79\text{GPa}$, $\nu_1 = 0$, $\nu_2 = 0.3$, $b = 849\text{mm}$, $h = 380\text{mm}$, $t_1 = 120\text{mm}$, $t_2 = 9\text{mm}$ を代入すると得られる $k^* = 0.02996$ を用いた。また、せん断たわみ項の中で k^* がかけられる伸び剛性 EA については、2種のバネの並列合成と考え、木材部と鋼材部の合成伸び剛性 $E_{木}A_{木} + E_{鋼}A_{鋼}$ を用いた。3点曲げ載荷

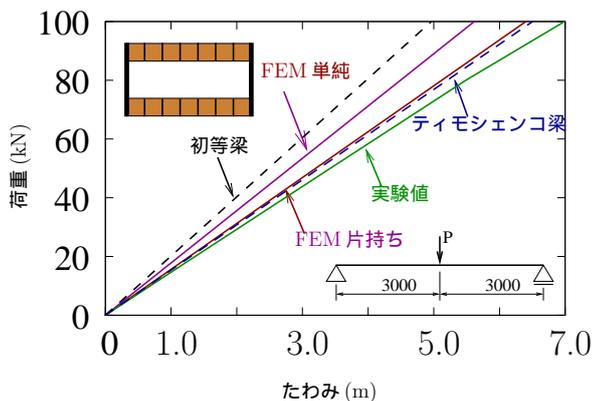


図-9 鋼板を用いたモデル 荷重-変位関係 (3点曲げ)

によるたわみの実験値は、初等梁理論より4割程度大きくなるが、ティモシェンコ梁理論に対する誤差は7%程度、FEMに対する誤差は片持ち梁モデルで9%程度、単純梁モデルで24%程度となり、せん断変形を考慮したティモシェンコ梁理論やFEMと比較的に近い値となった。「FEM片持ち」モデルでは、単純梁の半解析とみなした片持ち梁の固定端を面拘束、自由端に面載荷して解析しているため、支座位線拘束・中央上部線載荷の「FEM単純」モデルよりも応力分布がきれいな三角形分布となり、ティモシェンコ梁理論に近くなるものと考えられる。鋼板を用いたオンサイト応急橋は、前章の角材を用いたモデルに比べるとせん断変形の影響は小さいが、ティモシェンコ梁のたわみが「FEM単純」の

解析結果よりも16%程度大きいので、前章と同様に、断面の高さを変えてティモシェンコ梁のたわみとFEMのたわみを比較し、ティモシェンコ梁理論の適用範囲を考察してみる。FEMで得られたたわみとティモシェンコ梁理論のたわみを、初等梁理論のたわみで無次元化したものを図-10に示す。

単一材料の応急橋の場合に比べると、桁高が極端

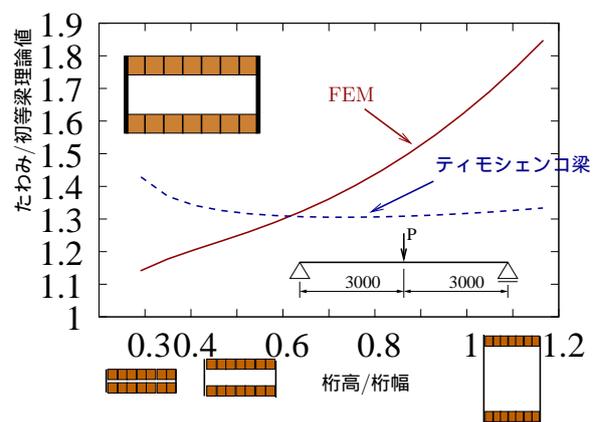


図-10 鋼板を用いたモデル せん断たわみ-桁高関係 (3点曲げ)

に低いまたは高い(特に前者)場合、ティモシェンコ梁理論の近似精度はかなり落ちてくるが、オンサイト応急橋として実用的な桁高0.4~0.8m程度の領域では、ティモシェンコ梁理論でも実用上十分な近似できるものと考えられる。

5. 解析例 鋼板を用いたモデル (継手あり 補剛材なし)

次に、鋼板部分に図-11のように継手を設け、スパンを長くした角材と鋼板を用いたプレストレス木箱桁橋について、3点曲げ載荷に対する実験値、Bankの修正せん断補正係数を用いたティモシェンコ梁によるたわみ、初等梁理論によるたわみ、有限要素法による解析値を比較する。ティモシェンコ梁のたわみと有限要素法の解析値については、鋼板の三角孔部分に簡単のため長方形の孔を設けたモデル(図-12)とも比較する。Bankの修正せん断補正係数 k^* は、Bankの修正せん断補正係数の算定法は、基本的に前節と同じであるが、木材のヤング率が異なるためその値を変化させたものを使用する。



図-11 継手部

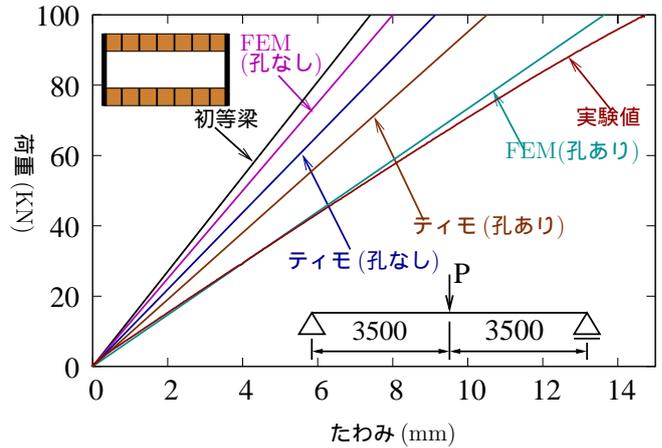


図-13 荷重-たわみ関係 (補剛材なし)

せん断変形の影響が大きくなったのは、鋼板に空いている孔の大きさが継手なしのモデルよりも大きいことや継手による影響ではないかと思われる。

6. 解析例 鋼板を用いたモデル (継手あり 補剛材あり)

過大な荷重を受けた場合の鋼板上部の局部座屈を防止するために補剛材を設けたモデル (図-14) についても前節と同様の考察を行う。「実験値 (補



図-14 補剛材ありモデル

図-12 鋼板を用いた有限要素モデル (継手あり 孔あき)

「ティモ (孔あり)」における修正せん断補正係数 k^* は、図-4 に示す孔を考慮して鋼板部分を薄くならしたせん断弾性係数算定断面に対して式 (5) で与えられる修正せん断補正係数 k^* を適用した。「FEM (孔なし)」と「FEM (孔あり)」は、それぞれ孔なしモデルと孔ありモデルに対して、有限要素解析ツール CalculiX の直方体要素 (C3D8) で解析した結果である。角材部分の要素は一体化した異方性材料で、鋼板部分の要素はの一体化した等方性材料で、両者の接合面では節点を共有しているものとし、プレストレスは考慮していない。3点曲げ载荷によるたわみの実験値は、孔なしモデルでは、せん断変形を無視した初等梁のたわみよりは2倍程度も大きくなるが、ティモシェンコ梁理論との誤差は-34.3%程度、FEMとの誤差は-42.5%程度となり、せん断変形を考慮したティモシェンコ梁理論やFEMよりかなり剛性が低かった孔ありモデルの場合、ティモシェンコ梁理論との誤差は-24.4%程度、FEMとの誤差は-2%程度となり、実験値に近いものとなった。孔を設けたことによる剛性の低下は、せいぜい2%なので孔があいたことによるせん断剛性の低下の影響が大きいと考えられる。前節の結果よりも

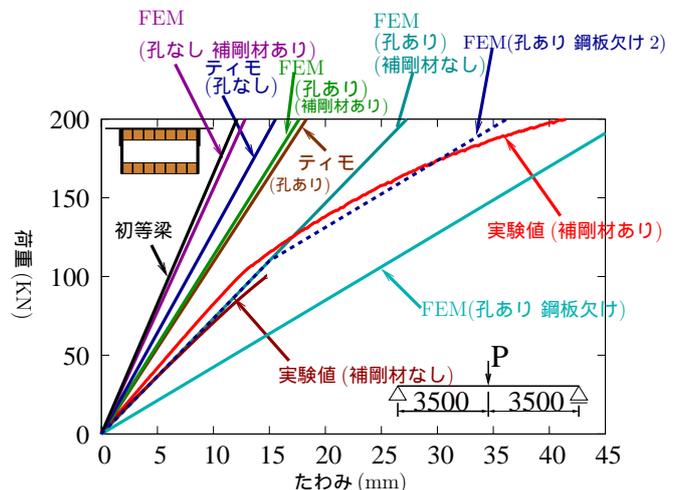


図-15 荷重-たわみ関係 (補剛材あり)

剛材なし)」は補剛材なしのときの実験値である。荷重が大きくなってくると実験値の剛性が落ちてくる現象が鋼板がはらんできて上部分の剛性が効いていないのではないかと考え、図-16 のような断面の有限要素モデルを作ったモデルの解析結果を「FEM(孔あり 鋼板欠け)」に示す。「FEM(孔あり 鋼板欠け 2)」は「FEM(孔あり 鋼板欠け)」を平行移動したものである。ティモシェンコ梁におけるBankの修正せん断補正係数の算定法は、基本的に前節と同じであるが、補剛材部分は考慮していない。

3点曲げ載荷によるたわみ

の実験値は、せん断変形を無視した初等梁のたわみよりは2倍程度も大きくなるが、孔なしモデルでは、ティモシェンコ梁理論との誤差は-35%程度、

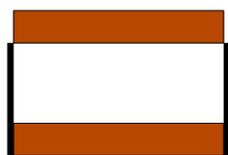


図-16 鋼板欠け断面

FEMとの誤差は-46.3%程度となり、せん断変形を考慮したティモシェンコ梁理論やFEMよりもかなり剛性が低かった。孔ありモデルの場合は、ティモシェンコ梁理論との-23.5%程度、FEMとの誤差は-26.18%程度となり、孔なしよりも剛性は落ちるが補剛材がないときに比べて、実験値よりかなり剛性が高かった。「FEM(孔あり)」が値が予想される曲げ剛性の増加分よりもかなりかたくなっているので、解析では補剛材がせん断変形に抵抗しているが、実験では補剛材が完全に一体化されていないことや継手の影響などがあるものと考えられる。「FEM(孔あり 鋼板欠け)」が落ちてきた実験値の剛性と同一ようなあたいとなり、「FEM(孔あり 鋼板欠け 2)」が実験値と同じような値をとったので、鋼板がはらん剛性が落ちたと推測される。

7. まとめ

本研究では、角材と合板を用いたプレストレス木箱桁橋と角材と鋼板を用いたプレストレス木箱桁橋について、そのせん断変形の影響を調べるため、曲げ試験の実験値、初等梁理論とティモシェンコ梁理論の計算値、有限要素法の解析値を比較した。角材

と合板を用いたプレストレス木箱桁橋では、ティモシェンコ梁理論の計算値と有限要素法の解析値は近い値を示し、実験値とも実用上は十分に近い値を示す一方、初等梁理論の計算値よりは数割も高めの値を示した。これらのことから、角材と合板を用いたプレストレス木箱桁橋では、ティモシェンコ梁理論や有限要素法により剛性を評価すべきであること、ティモシェンコ梁理論でもせん断補正係数を適切に用いれば十分な近似となることがわかった。角材と鋼板を用いたプレストレス木箱桁橋では、継手を設けていないモデルの場合は、角材と合板を用いたプレストレス木箱桁橋に比べるとティモシェンコ梁理論の近似精度は落ちるが実用的な桁高0.4~0.6m程度の領域では、ティモシェンコ梁理論でも実用上十分な近似できるものと考えられる。継手を設けたモデルの場合は、補剛材なしのモデルでは、四角孔をあけて実際の試験体に近いモデルを解析することで有限要素法によりせん断の影響についても一定の評価が可能である。ティモシェンコ梁でも、孔が空いている影響を考慮して修正せん断補正係数を求めることが出来ればティモシェンコ梁理論のたわみでも十分な近似ができる可能性があるため今後しらべていく必要がある。補剛材ありのモデルでは、有限要素解析は、実験結果よりも補剛材のせん断に対する補剛効果が過剰に評価されていると思われるので、せん断の影響の評価という意味では、補剛材なしのモデルを有限要素解析の方が安全側となる。荷重が大きくなってくると剛性が落ちてくる現象については、局部座屈のように鋼板がはらんで来る影響ではないかと予測される。

参考文献

- 1) ブイ ジュ ハイ, 後藤 文彦, 佐々木 貴信, 山内 秀文, 中村 昇, 薄木 征三: 角材と合板で組み立てる応急木製歩道橋, 木材利用研究論文報告集 11, pp. 51-54, (2012).
- 2) G.R.COWPER, The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory.
- 3) Lawrence C.Bank, Shear Coefficients for Thin-Walled Composite Beams, Composite Structures 8(1987)47-61.